

제 2 교시

수학 영역 (나형)

포켓몬 도감 번호

오지게 만든 오지선다형

1. $4^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① -8 ② $-\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ 2 ⑤ 8

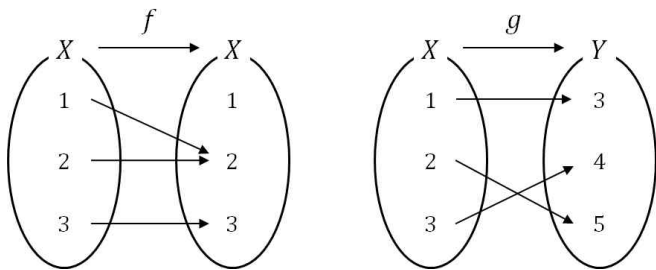
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+2n^2+3n^4}{2+n^4}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

3. 두 집합 $A = \{1, 3, a\}$, $B = \{b, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [2점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

4. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow X$, $g: X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f \circ f)(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$p: x \geq a,$

$q: x^2 - 2x \geq 0$

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

6. 함수 $f(x) = x^3 - 12x + a$ 가 x 축에 접할 때, 양수 a 의 값은?

[3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

7. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{k=1}^5 a_k = 10, \sum_{k=1}^5 a_k^2 = 5$

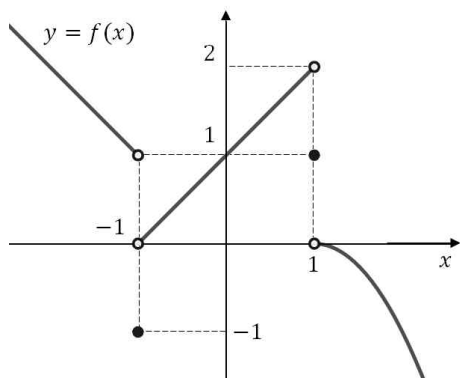
일 때, $\sum_{k=1}^5 (a_k - 1)^2$ 의 값은? [3점]

- ① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

8. 함수 $y = \frac{-x}{x+3}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하였더니 함수 $y = \frac{3}{x+3}$ 의 그래프와 일치하였다. 상수 m 의 값은? [3점]
- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

9. 함수 $y = \sqrt{2x-4}+3$ 은 $x \geq a$ 에서만 정의되며, 최솟값은 b 이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]
- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

10. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



- $\lim_{x \rightarrow 1^-} \{f(x) + f(-x)\}$ 의 값은? [3점]
- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

11. 수열 $a_n = \left(\frac{x}{4}\right)^n$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 개수는? [3점]
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

12. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A)+P(B) = \frac{2}{3}$, $P(A^C) = \frac{3}{4}$ 일 때 $P(B^C)$ 의 값은? [3점]
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

13. 좌표평면 위의 두 점 $(1, 2)$, $(\log_5 10, \log_5 1600)$ 을 지나는 직선의 기울기는? [3점]
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

14. 어느 검사용 키트로 목표 성분이 있는 시료 60개와 없는 시료 60개를 분석한 후, 이 키트가 각각의 시료를 양성 또는 음성으로 판정하는 실험을 실시하여 다음 결과를 얻었다.

시료 \ 판정	양성	음성	합계
목표 성분 있음	50	10	60
목표 성분 없음	12	48	60
합계	62	58	120

시료에 목표 성분이 있는 경우에 대해 키트가 이를 양성으로 판정한 비율을 '민감도', 시료에 목표 성분이 없는 경우에 대해 키트가 이를 음성으로 판정한 비율을 '특이도'라고 할 때, 이 검사용 키트의 '민감도'와 '특이도'의 합은? [4점]

- ① $\frac{47}{30}$ ② $\frac{49}{30}$ ③ $\frac{17}{10}$ ④ $\frac{53}{30}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

(6월 국어 모의고사 연계 ㅎㅎ)

15. 첫 항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 a_4 = a_2 a_5 + 18, \quad \sum_{k=1}^6 a_k = 15$$

일 때, $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

16. 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 위치 x 가

$$x = t^3 + at^2 + bt \quad (a, b \text{는 상수})$$

이다. 점 P 의 시각 t 에서의 속도와 가속도를 각각 $v(t)$, $a(t)$ 라고 할 때, $v(2) + a(2) = v(4) + a(4) = 0$ 이다. $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 24 ② 30 ③ 36 ④ 42 ⑤ 48

17. 함수 $f(x) = ax^3 + b$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^2 = \{f'(x)\}^3 + xf'(x) + c$$

를 만족시킨다. $\frac{1}{abc}$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이며, $a \neq 0$ 이다.)

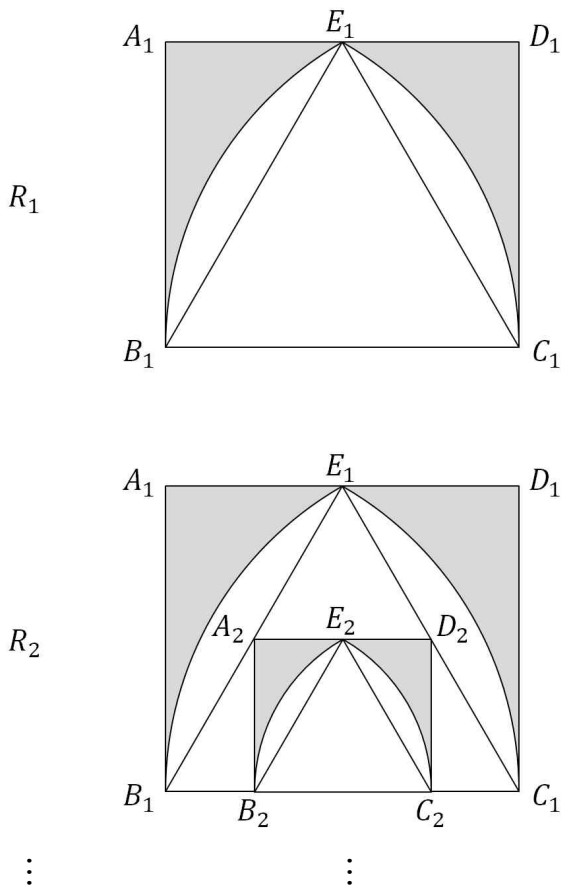
[4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

18. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 하자. 세 수 a, b, c 가 $a+b \leq b+c < c+a$ 를 만족시킬 확률은? [4점]

- ① $\frac{17}{108}$ ② $\frac{35}{216}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{37}{216}$ ⑤ $\frac{19}{108}$

19. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1} = \sqrt{3}$, $\overline{A_1D_1} = 2$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 A_1D_1 의 중점 E_1 에 대하여 중심이 B_1 인 부채꼴 $B_1E_1C_1$ 과 중심이 C_1 인 부채꼴 $C_1E_1B_1$ 을 각각 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 내부에 그린다. 두 선분 A_1B_1 , A_1E_1 과 호 E_1B_1 로 둘러싸인 부분과 두 선분 C_1D_1 , D_1E_1 과 호 E_1C_1 로 둘러싸인 부분인 \cap 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 선분 B_1E_1 위의 점 A_2 , 선분 C_1E_1 위의 점 D_2 와 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2 , C_2 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2} : \overline{A_2D_2} = \sqrt{3} : 2$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 내부에 \cap 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $2\sqrt{3} - \frac{8}{9}\pi$ ② $2\sqrt{3} - \frac{16}{9}\pi$ ③ $4\sqrt{3} - \frac{8}{9}\pi$
- ④ $4\sqrt{3} - \frac{16}{9}\pi$ ⑤ $8\sqrt{3} - \frac{8}{9}\pi$

20. 자연수 n 에 대하여 $a+2b+3c=6n$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 a_n 이라 하자.

다음은 $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

$6n$ 과 $2b$ 가 짝수이므로 $a+3c$ 가 짝수여야 한다. 이때 (1) a 와 $3c$ 가 모두 짝수이거나 (2) a 와 $3c$ 가 모두 홀수이다. 음이 아닌 정수 a', c' 에 대해

(1) $a=2a', c=2c'$ 인 경우 :

$a'+b+3c'=3n$ 에서 $a'+b$ 가 3의 배수여야 한다.

음이 아닌 정수 a'', b' 에 대해

ㄱ) $a'=3a'', b=3b'$ 인 경우 :

순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 ${}_3H_n$ 이다.

ㄴ) $a'=3a''+1, b=3b'+2$ 인 경우 :

순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 \square (가)이다.

ㄷ) $a'=3a''+2, b=3b'+1$ 인 경우 :

순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 \square (나)과 같다.

(2) $a=2a'+1, c=2c'+1$ 인 경우 :

$a'+b+3c'=3n-2$ 에서 $a'+b$ 를 3으로 나눈 나머지가 1이어야 한다. 음이 아닌 정수 a'', b' 에 대해

ㄱ) $a'=3a''+2, b=3b'+2$ 인 경우 :

순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 $n \geq 2$ 일 때 ${}_3H_{n-2}$ 이며, $n=1$ 일 때 0이다.

ㄴ) $a'=3a'', b=3b'+1$ 인 경우 :

순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 \square (다)이다.

ㄷ) $a'=3a''+1, b=3b'$ 인 경우 :

순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 \square (나)과 같다.

(1), (2)에서

$$a_n = \begin{cases} {}_3H_n + 2 \times \square(가) + 2 \times \square(나) + {}_3H_{n-2} & (n \geq 2) \\ {}_3H_n + 2 \times \square(가) + 2 \times \square(다) & (n = 1) \end{cases}$$

이므로

$$\sum_{n=1}^8 a_n = 6 \sum_{n=1}^6 {}_3H_n + \square(다)$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $f(6)+g(5)+r$ 의 값은? [4점]

- ① 246 ② 251 ③ 256 ④ 261 ⑤ 266

21. 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 4 이하의 모든 자연수 n 에 대하여

$$f(n) = \sum_{k=1}^n f(k-1)f(k) \text{이다.}$$

(나) $m = a, b$ 일 때, 함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 m 에서 $m+1$ 까지 변할 때의 평균변화율은 k 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. $f(1) = 0$ 이라면 $f(0) \neq 0$ 이다.
- ㄴ. $\{a, b\} = \{2, 3\}$ 이면 $f(1)$ 로 가능한 값은 2가지이다.
- ㄷ. $\{a, b\} \neq \{0, 1\}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단디하게 만든 단답형

22. ${}_3\Pi_4$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^4 + 2019$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 5, a_{15} = 25$ 일 때, a_{25} 의 값을 구하십시오. [3점]

25. 다항식 $(x+3)^3(x^2+2)$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 구하십시오. [3점]

6

수학 영역 (나형)

26. 자연수 8의 분할 중 짝수가 2개 이상 포함된 분할의 개수를 구하시오. [4점]

27. 다음 조건을 만족시키는 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

- (가) $n(U) = 30$
 (나) $(B - A)^C - A \neq \emptyset$
 (다) $n(A) > n(B) > 15$

28. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $\frac{x^2}{f(x)}$ 은 $x=1$ 에서만 극한값을 갖지 않는다.
 (나) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{(x-a)^2} = 4$ (a 는 0이 아닌 상수)

$a+f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 역함수가 존재하는 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2$ 에 대해 함수 $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 교점이 3개이고, 세 교점의 x 좌표 p, q, r 은 모두 음이 아닌 정수이다. $f(a+b+c) = 6$ 일 때, $f(-p-q-r)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 양수 a 에 대하여 이차함수 $f(x) = -ax^2 + a^2x$ 와 $f(x)$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $F(x) = 0$ 의 실근의 개수는 1이 아니다.
- (나) 방정식 $f(x) - F(k)x = 0$ 의 실근의 개수가 1이 되도록 하는 모든 실수 k 의 개수는 2이다.

$F(-a)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 친구의 답안을 확인하시오.
- 자신의 멘탈을 확인하시오.