

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 + a_3 = 2(a_1 + 12)$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차는? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. 모든 실수에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$(x-1)f(x) = x^2 - 3x + 2$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 4x + 5$ 이고 $f(0) = 4$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

4. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 두 곡선 $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ 와 $y = \sin 4x$ 가 만나는 점의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

5. 부등식 $\log_{18}(n^2 - 9n + 18) < 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합은? [3점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

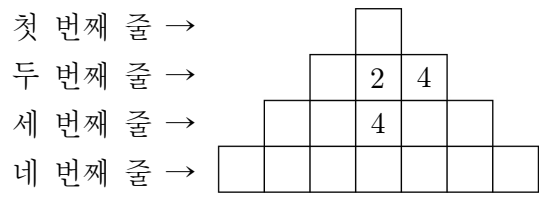
6. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h) - f(2)}{h}$ 의 값은?

[3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 그림은 16개의 칸 중 3개의 칸에 다음 규칙을 만족시키도록 수를 써 넣은 것이다.

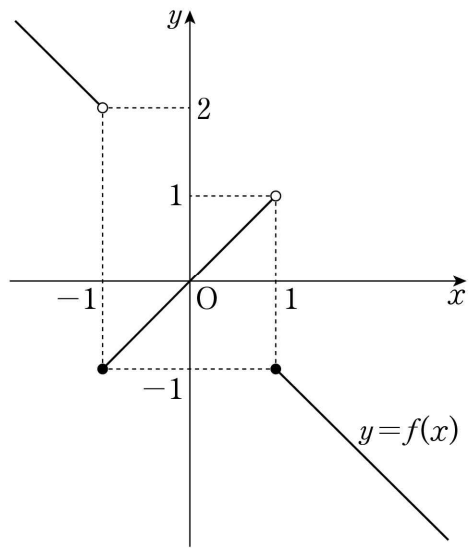
(가) 가로로 인접한 두 칸에서 오른쪽 칸의 수는 왼쪽 칸의 수의 2배이다.
 (나) 세로로 인접한 두 칸에서 아래쪽 칸의 수는 위쪽 칸의 수의 2배이다.



이 규칙을 만족시키도록 나머지 칸에 수를 써 넣을 때, 네 번째 줄에 있는 모든 수의 합은? [3점]

- ① 119 ② 127 ③ 135 ④ 143 ⑤ 151

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



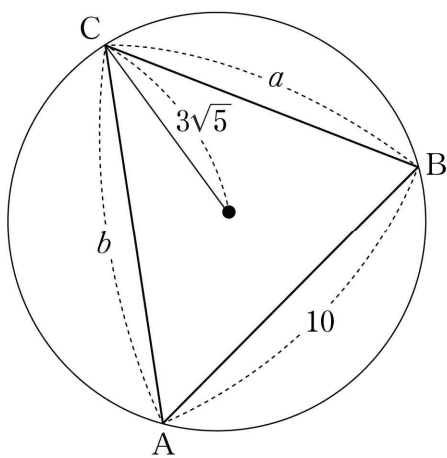
$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x-1) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(f(x))$ 의 값은? [4점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

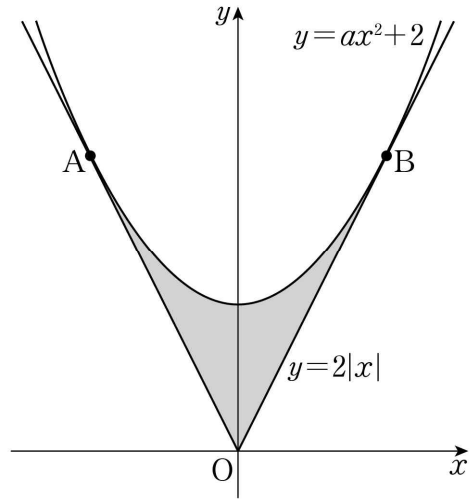
9. 길이가 각각 10, a , b 인 세 선분 AB, BC, CA를 각 변으로 하는 예각삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점을 지나는 원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$ 이고

$\frac{a^2 + b^2 - ab \cos C}{ab} = \frac{4}{3}$ 일 때, ab 의 값은? [3점]

- ① 140 ② 150 ③ 160 ④ 170 ⑤ 180



10. 그림과 같이 두 함수 $y=ax^2+2$ 와 $y=2|x|$ 의 그래프가 두 점 A, B에서 각각 접한다. 두 함수 $y=ax^2+2$ 와 $y=2|x|$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, a 는 상수이다.) [4점]



- ① $\frac{13}{6}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{17}{6}$

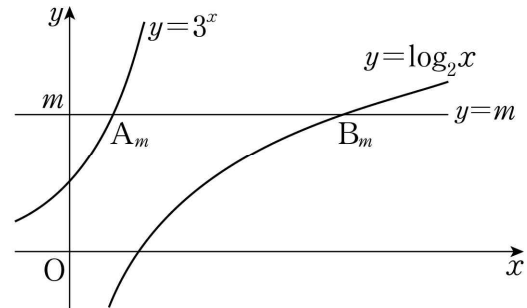
11. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^n k a_k$$

를 만족시킨다. $a_1 = 2$ 일 때, $a_2 + \frac{a_{51}}{a_{50}}$ 의 값은? [4점]

- ① 47 ② 49 ③ 51 ④ 53 ⑤ 55

12. 그림과 같이 자연수 m 에 대하여 두 함수 $y=3^x$, $y=\log_2 x$ 의 그래프와 직선 $y=m$ 이 만나는 점을 각각 A_m , B_m 이라 하자. 선분 $A_m B_m$ 의 길이 중 자연수인 것을 작은 수부터 크기순으로 나열하여 a_1, a_2, a_3, \dots 이라 할 때, a_3 의 값은? [4점]



- ① 502 ② 504 ③ 506 ④ 508 ⑤ 510

13. 0이 아닌 실수 m 에 대하여 두 함수

$$f(x) = 2x^3 - 8x,$$

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{47}{m}x + \frac{4}{m^3} & (x < 0) \\ 2mx + \frac{4}{m^3} & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 있다. 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 와 $g(x)$ 중 크지 않은 값을 $h(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $m = -1$ 일 때, $h\left(\frac{1}{2}\right) = -5$ 이다.

ㄴ. $m = -1$ 일 때, 함수 $h(x)$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수는 2이다.

ㄷ. 함수 $h(x)$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수가 1인 양수 m 의 최댓값은 6이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 이차함수 $g(x) = x^2 - 6x + 10$ 에 대하여 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
 (나) 함수 $(g \circ f)(x)$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, 방정식 $g(f(x)) = m$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
 (다) 방정식 $g(f(x)) = 17$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 합은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

15. 두 실수 a ($0 < a < 2\pi$)와 k 에 대하여 $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - \frac{1}{2} & (0 \leq x < a) \\ k \sin x - \frac{1}{2} & (a \leq x \leq 2\pi) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값은 $\frac{1}{2}$ 이다.

(나) 방정식 $f(x)=0$ 의 실근의 개수는 3이다.

방정식 $|f(x)| = \frac{1}{4}$ 의 모든 실근의 합을 S 라 할 때,

$20\left(\frac{a+S}{\pi} + k\right)$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

단답형

16. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 위치 x 가

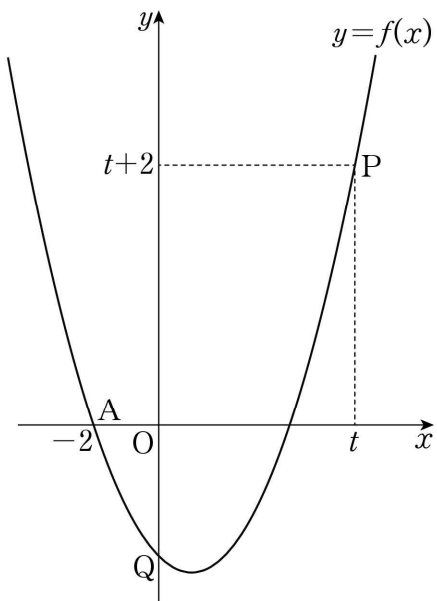
$$x = t^3 - 3t^2 + at \quad (a \text{는 상수})$$

이다. 점 P의 시각 $t=3$ 에서의 속도가 15일 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

17. $10 \leq x < 1000$ 인 실수 x 에 대하여 $\log x^3 - \log \frac{1}{x^2}$ 의 값이

자연수가 되도록 하는 모든 x 의 개수를 구하시오. [3점]

18. 최고차항의 계수가 1이고 두 점 $A(-2, 0)$, $P(t, t+2)$ 를 지나는 이차함수 $f(x)$ 가 있다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{2} \times \overline{AP} - \overline{AQ})$ 의 값을 구하시오. (단, $t \neq -2$) [3점]



19. 좌표평면에서 제1사분면에 점 P 가 있다. 점 P 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 하고, 점 Q 를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 할 때, 세 동경 OP , OQ , OR 가 나타내는 각을 각각 α , β , γ 라 하자.

$\sin \alpha = \frac{1}{3}$ 일 때, $9(\sin^2 \beta + \tan^2 \gamma)$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, 시초선은 x 축의 양의 방향이다.) [3점]

20. $0 < a < \frac{4}{7}$ 인 실수 a 와 유리수 b 에 대하여 닫힌구간

$\left[-\frac{\pi}{a}, \frac{2\pi}{a}\right]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2\sin(ax) + b$ 가 있다.

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 두 점 $A\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $B\left(\frac{7}{2}\pi, 0\right)$ 을 지날 때, $30(a+b)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 자연수 n 에 대하여 두 점 $A(0, n+5)$, $B(n+4, 0)$ 과 원점 O 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 AOB 가 있다. 삼각형 AOB 의 내부에 포함된 정사각형 중 한 변의 길이가 1이고 꼭짓점의 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 정사각형의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_t^x f(s)ds$$

라 하자. 상수 a 에 대하여 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f'(a) = 0$
 (나) 함수 $|g(x) - g(a)|$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수는 1이다.

실수 t 에 대하여 $g(a)$ 의 값을 $h(t)$ 라 할 때, $h(3) = 0$ 이고 함수 $h(t)$ 는 $t = 2$ 에서 최댓값 27을 가진다.

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5 지 선 다 형

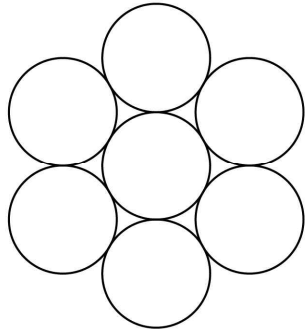
23. 숫자 0, 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 네 개를 선택한 후, 일렬로 나열하여 만든 네 자리 자연수가 2100보다 작은 경우의 수는? [2점]

① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

24. 흰 공 2개, 빨간 공 2개, 검은 공 4개를 일렬로 나열할 때, 흰 공은 서로 이웃하지 않게 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 295 ② 300 ③ 305 ④ 310 ⑤ 315

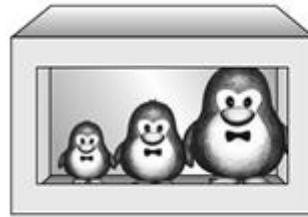
25. 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 7개의 원이 있다.



7개의 원에 서로 다른 7개의 색을 모두 사용하여 색칠하는 경우의 수는? (단, 한 원에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

- ① 840 ② 860 ③ 880 ④ 900 ⑤ 920

26. 그림과 같이 크기가 서로 다른 3개의 펭귄 인형과 4개의 곰 인형이 두 상자 A, B에 왼쪽부터 크기가 작은 것에서 큰 것 순으로 담겨져 있다.



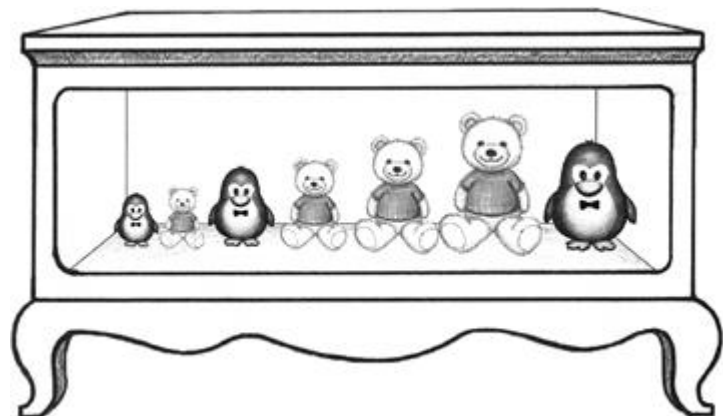
상자 A



상자 B

다음 조건을 만족시키도록 상자 A, B의 모든 인형을 일렬로 진열하는 경우의 수는? [3점]

- (가) 같은 상자에 담겨있는 인형은 왼쪽부터 크기가 작은 것에서 큰 것 순으로 진열한다.
- (나) 상자 A의 왼쪽에서 두 번째 펭귄 인형은 상자 B의 왼쪽에서 두 번째 곰 인형보다 왼쪽에 진열한다.



- ① 13 ② 18 ③ 22 ④ 26 ⑤ 30

27. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 로의 함수 중에서

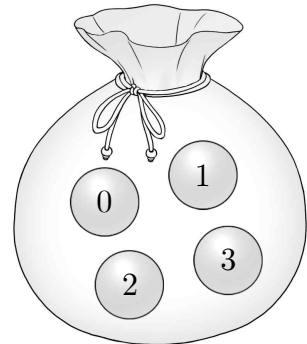
$$f(1)+f(2)+f(3)-f(4)=3m(m \text{은 정수})$$

를 만족시키는 함수 f 의 개수는? [4점]

- ① 194 ② 199 ③ 204 ④ 209 ⑤ 214

28. 주머니 속에 네 개의 숫자 0, 1, 2, 3이 각각 하나씩 적혀 있는 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이 과정을 3번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로 a, b, c 라 하자. $\frac{bc}{a}$ 가 정수가 되도록 하는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?

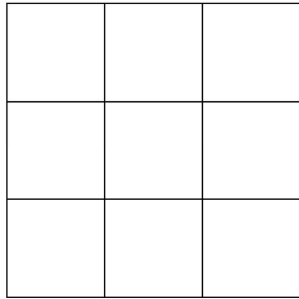
[4점]



- ① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

단답형

29. 그림과 같이 합동인 9개의 정사각형으로 이루어진 색칠판이 있다.

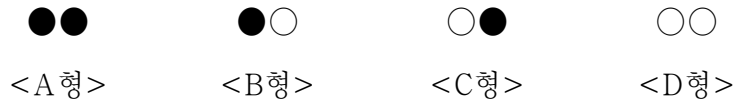


빨간색과 파란색을 포함하여 총 9가지의 서로 다른 색으로 이 색칠판을 다음 조건을 만족시키도록 칠하려고 한다.

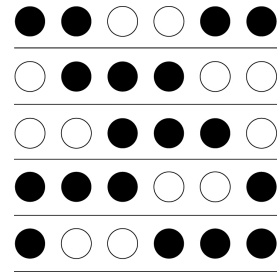
- (가) 주어진 9가지의 색을 모두 사용하여 칠한다.
- (나) 한 정사각형에는 한 가지 색만을 칠한다.
- (다) 빨간색과 파란색이 칠해진 두 정사각형은 꼭짓점을 공유하지 않는다.

색칠판을 칠하는 경우의 수는 $k \times 7!$ 이다. k 의 값을 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

30. 검은 바둑돌 ●과 흰 바둑돌 ○을 일렬로 나열하였을 때 이웃한 두 개의 바둑돌의 색이 나타날 수 있는 유형은



으로 4가지이다.
 예를 들어, 6개의 바둑돌을 <A형> 2번, <B형> 1번, <C형> 1번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는 아래와 같이 5이다.



10개의 바둑돌을 <A형> 4번, <B형> 2번, <C형> 2번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 검은 바둑돌과 흰 바둑돌은 각각 10개 이상씩 있다.) [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.