

# 수학 영역

성명		수험 번호					-				
----	--	-------	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

**우리도 단심을 지켜서 명월 볼 날 기다리노라**

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고 하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** ..... 1~8 쪽
- **선택과목**
  - 확률과 통계 ..... 9~12 쪽
  - 미적분 ..... 13~16 쪽
  - 기하 ..... 17~20 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

## 2022학년도 주예지T X MENTOR 모의평가 수학 영역 4회

총괄

박지민 AJOODA LAB

팀장

정다예 (수학 I) 이다희 (수학 II) 김남석 (확률과 통계) 박상우 (미적분) 진남현 (기하)

출제 및 검수

김남석 김성호 김예지 김익성 김현우 박상우 박지민 백호 이다희 이종현 정다예 지승현 진남현 차영훈

검수

박진우 유수민 이동원 이희태 조은혜

해설

박지민 : 공통, 미적분, 기하

이종현 : 확률과 통계

일러스트

김예지 박지민 정다예

문제지 편집

이종현



확률과 통계 빠른 채점



미적분 빠른 채점



기하 빠른 채점

문의 사항은

카카오톡 플러스친구 채널 ASK MENTOR

(검색용 ID : mentormath)

인스타그램 mentor\_math\_

로 연락 주시기 바랍니다.

무단 전재 및 배포를 금합니다.

5지선다형

1.  $6^{\frac{3}{2}} \times 2^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $2\sqrt{3}$     ②  $3\sqrt{3}$     ③  $4\sqrt{3}$     ④  $5\sqrt{3}$     ⑤  $6\sqrt{3}$

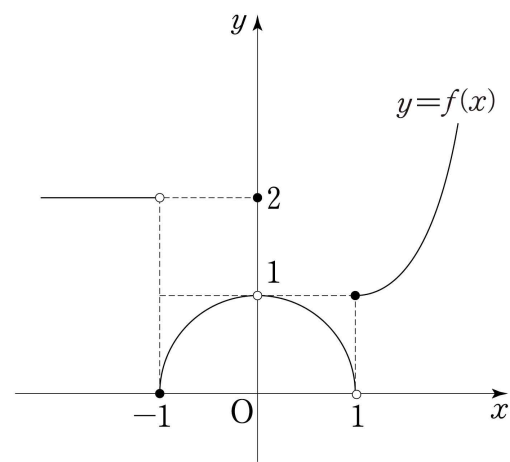
2.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$ 의 값은? [2점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

3.  $\sin\theta \times \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{1}{9}$ 일 때,  $\cos\theta$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [3점]

- ①  $\frac{2}{3}$     ②  $\frac{\sqrt{5}}{3}$     ③  $\frac{\sqrt{6}}{3}$     ④  $\frac{\sqrt{7}}{3}$     ⑤  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

4. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

5. 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$2a_2 = a_6$  일 때,  $\frac{S_4}{a_4}$ 의 값은? (단,  $a_4 \neq 0$ ) [3점]

- ①  $\frac{3}{2}$     ② 2    ③  $\frac{5}{2}$     ④ 3    ⑤  $\frac{7}{2}$

6. 열린구간  $(a, 2)$ 에서 정의된 함수  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 1$ 이  
역함수를 갖도록 하는 실수  $a$ 의 최솟값은? (단,  $a < 2$ ) [3점]

- ①  $-\frac{5}{3}$     ②  $-\frac{4}{3}$     ③ -1    ④  $-\frac{2}{3}$     ⑤  $-\frac{1}{3}$

7. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 위치  $x$ 가

$$x = t^3 + at^2 - 2t + 3$$

이다.  $t=2$ 에서 점 P의 가속도가 10일 때,  $t=1$ 에서 점 P의  
속도는? (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

- ① -5    ② -1    ③ 3    ④ 7    ⑤ 11

8. 정의역이  $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ 인 두 함수  $f(x)=4^x$ ,  
 $g(x)=a^{-x}$  ( $a > 0, a \neq 1$ )에 대하여 함수  $f(x)g(x)$ 가 최댓값  
 $\frac{16}{9}$ 을 갖도록 하는 모든 실수  $a$ 의 값의 곱은? [3점]
- ① 64      ② 32      ③  $\frac{64}{3}$       ④ 16      ⑤  $\frac{64}{5}$

9. 함수  $f(x)=x^2-x$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  
 $O(0, 0)$ 에서의 접선  $l$ 과 수직이고 원점을 지나는 직선이  
 곡선  $y=f(x)$ 와 만나는 점 중 점  $O$ 가 아닌 점을  $A$ 라 하자.  
 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $A$ 에서의 접선이 접선  $l$ 과 만나는 점을  
 $B$ 라 할 때, 삼각형  $OAB$ 의 넓이는? [4점]
- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

10. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때,  
 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n kS_k = 2^{n+1} - n(n+1)$$

이 성립한다. 다음은 일반항  $a_n$ 을 구하는 과정이다.

$n=1$ 일 때,  $S_1=2^2-2=2$ 이므로  $a_1=2$ 이고,  
 $n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$nS_n = \sum_{k=1}^n kS_k - \sum_{k=1}^{n-1} kS_k = 2^n - \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 즉,  $S_n = \frac{2^n - \boxed{\text{(가)}}}{n}$  이고,  $a_1 = S_1 = 2$ 이다.

$n=2$ 일 때,  $S_2=0$ 이므로  $a_2 = \boxed{\text{(나)}}$  이고,

$n \geq 3$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

이므로

$$a_n = \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 3), \quad a_1 = 2, \quad a_2 = \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ 이라 하고,  
 (나)에 알맞은 수를  $p$ 라 할 때,  $f(2)g(3)+p$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

11. 함수  $f(x) = |x^2 - 1| - 1$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ , 곡선  $y = f(x)$ 와  $x$ 축 및 직선  $x = k$  ( $k > \sqrt{2}$ )로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라 하자.  $S_1 = 2S_2$ 일 때,  $k$ 의 값은? [4점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

12. 최고차항의 계수가 1이고  $x = -2$ ,  $x = 2$ 에서 극값을 갖는 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 가

$$g(x) = f(x) + |f(x)|$$

이다.  $g(-2) + g(2) = 2g(-1) - 4$ 일 때,  $f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① -4      ② -1      ③ 2      ④ 5      ⑤ 8

13. 양수  $k$ 와 자연수  $m$ 에 대하여

곡선  $y = \sin \frac{\pi}{k} x$  ( $0 \leq x \leq 5k$ )와 직선  $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 가 만나는 점을  $x$ 좌표가 작은 순서대로 각각  $P_1, P_2, \dots, P_m$ 이라 하고, 점  $A(k, 0)$ 에 대하여 선분  $P_1A$ 를 2:1로 외분하는 점을  $Q$ 라 하자. 삼각형  $P_1P_2A$ 의 넓이를  $S(k)$ , 삼각형  $P_2P_mQ$ 의 넓이를  $T(k)$ 라 할 때,  $S(m) \times T(m)$ 의 값은? [4점]

- ① 17      ② 18      ③ 19      ④ 20      ⑤ 21

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(3)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여

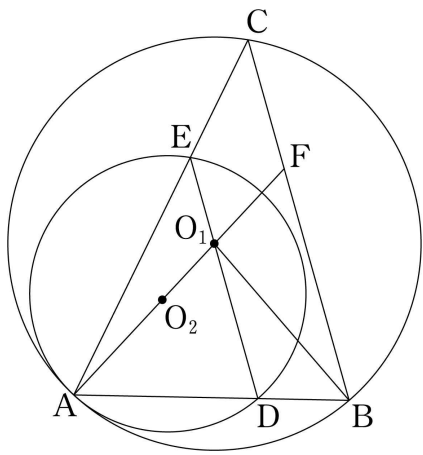
$$\int_2^{2+x} f(t) dt = \int_2^{2-x} f(t) dt$$

이다.

(나) 방정식  $\int_1^x f(t) dt = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{3}{8}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{5}{8}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

15. 그림과 같이 삼각형 ABC에 외접하고 중심이  $O_1$ 인 원  $C_1$ 이 있다. 선분 AB 위의 점 D와 선분 AC 위의 점 E에 대하여 세 점 A, D, E를 지나고 중심이  $O_2$ 인 원  $C_2$ 가 원  $C_1$ 과 점 A에서 접한다. 점  $O_1$ 은 선분 DE 위에 있고, 두 원의 반지름의 길이의 비가 3:2이다. 직선  $AO_1$ 과 선분 BC가 만나는 점을 F라 하자.  $\overline{O_1O_2}=1$ 이고  $\cos(\angle FAB)=\frac{2}{3}$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



- <보 기>
- |  |
|--|
| ㄱ. $\angle AO_1B = 2\angle ACB$<br>ㄴ. $\angle AED = \angle ACB$<br>ㄷ. 삼각형 $O_1BF$ 의 둘레의 길이는 8이다. |
|--|

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16.  $\log_a(2a^2 - 2a) = 2$ 를 만족시키는 1이 아닌 양수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 이

$$\frac{a_3}{a_2} + \frac{a_5}{a_3} = 6, \quad a_2 = 3$$

을 만족시킬 때,  $a_6$ 의 값을 구하시오. [3점]



18. 두 상수  $a, b$ 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax - 4}{x - 1} & (x \neq 1) \\ -3x + b & (x = 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오.

[3점]

19. 부등식  $4^x - 2^{x+2} - 12 < 0$ 의 해가  $x < \alpha$ 일 때,  $4^\alpha$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 함수  $f(x) = x^2(x+a)$  ( $a > 0$ )와 실수  $k$ 에 대하여

함수  $g(x)$ 가

$$g(x) = \int \{f(x) - k\} dx$$

를 만족시키고 열린구간  $(2, \infty)$ 에서만 증가할 때,  $a+k$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

21. 첫째항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n & (a_n < 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_{10} = 1$ 이 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

22.  $x=0$ 에서 극값을 갖는 이차함수  $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1이고  $g'(a)=0$ 인 삼차함수  $g(x)$ 에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ g(x) & (x \geq a) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다. (단,  $a$ 는  $a > 0$ 인 상수이다.)

- (가) 방정식  $h(x) = f(0)$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.  
 (나) 함수  $|h(x) - f(0)|$ 은 실수 전체의 집합에서 연속이다.  
 (다) 방정식  $h(x) = f(a)$ 의 실근은  $-a$ , 4뿐이다.

$|f(a) - f(0)| = 2$ 일 때,  $h(3) - h(-6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

## 5지선다형

23. 두 벡터  $\vec{a}=(1, 2)$ ,  $\vec{b}=(-2, 3)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a}-\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

24. 두 초점이  $F(3, 0)$ ,  $F'(-3, 0)$ 인 쌍곡선  $x^2 - \frac{y^2}{8} = 1$  위의 한 점  $A$ 에 대하여 삼각형  $AFF'$ 의 둘레의 길이가 24일 때, 삼각형  $AFF'$ 의 넓이는? [3점]

- ① 21      ② 22      ③ 23      ④ 24      ⑤ 25

25. 좌표평면 위에 서로 다른 세 점  $P, A, B$ 에 대하여 두 벡터  $(a+2)\overrightarrow{PB} + a^2\overrightarrow{AP}$ 와  $\overrightarrow{AB}$ 가 평행하도록 하는 모든 실수  $a$ 의 값의 합은? (단, 세 점  $P, A, B$ 는 한 직선 위의 점이 아니다.)

[3점]

- ① -3    ② -1    ③ 1    ④ 3    ⑤ 5

26. 초점이  $F(p, 0)$  ( $p > 1$ )인 포물선  $y^2 = 4px$  위의 점

$P\left(\frac{1}{p}, 2\right)$ 에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점을  $B$ 라 하자.

점  $P$ 에서 직선  $x = -p$ 에 내린 수선의 발을  $H$ , 직선  $x = -p$ 가  $x$ 축과 만나는 점을  $C$ 라 하자.  $\overline{PF} = 3$ 일 때, 삼각형  $BHC$ 의 넓이는? [3점]

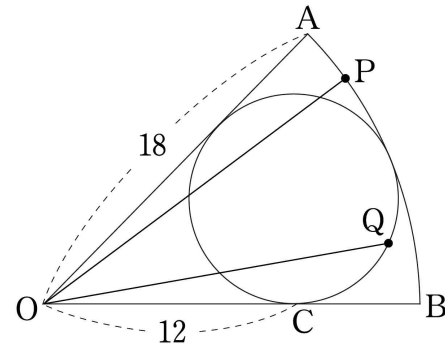
- ① 1    ②  $\sqrt{2}$     ③  $\sqrt{3}$     ④ 2    ⑤  $\sqrt{5}$

27.  $x$  축에 평행한 직선이 타원  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$  과 만나는 두 점을

각각 A, B라 하자. 점 F(3, 0)에 대하여  $\overline{AB} = \overline{AF}$  일 때, 삼각형 ABF의 둘레의 길이는? (단,  $\overline{AB} > 6$ ) [3점]

- ① 19      ② 20      ③ 21      ④ 22      ⑤ 23

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 18이고 중심이 O인 부채꼴 OAB에 내접하는 원이 있다. 이 원과 선분 OB가 접하는 점을 C라 하자.  $\overline{OC} = 12$ 일 때, 호 AB 위의 점 P와 원 위의 점 Q에 대하여  $|\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}|$ 의 최솟값은? [4점]



- ①  $3(\sqrt{37}-1)$       ②  $4(\sqrt{37}-1)$       ③  $5(\sqrt{37}-1)$   
 ④  $6(\sqrt{37}-1)$       ⑤  $7(\sqrt{37}-1)$

## 단답형

29. 점  $A(0, -c)$  ( $c > 0$ )에서 두 초점의 좌표가  $F(c, 0)$ ,  $F'(-c, 0)$ 인 쌍곡선에 그은 접선의 접점을  $B$ 라 하자. 삼각형  $BF'F$ 의 넓이가  $c^2 - 1$ 이고  $\overline{AB} = \sqrt{6}$ 일 때, 쌍곡선의 제4사분면 위의 점  $P$ 에 대하여  $\overline{F'P} + \overline{PA}$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

30. 삼각형  $ABC$ 에 대하여 선분  $AB$  위의 점  $X$ 와 선분  $BC$  위를 움직이는 점  $P$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \overline{AC} \cdot \overline{AX} = \overline{XC} \cdot \overline{XA} = \frac{1}{2} |\overline{AC}|^2$$

$$(나) (2\overline{XP} + \overline{AC}) \cdot (2\overline{XP} + \overline{CA}) = 0$$

을 만족시키는 점  $P$ 가 오직 하나만 존재한다.

- $\overline{AP} \cdot \overline{XP}$ 의 최솟값이 10일 때, 삼각형  $ABC$ 의 넓이를  $S$ 라 하자.  $S^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $2\overline{XB} > \overline{AC}$ ) [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.



※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.