

## 비례식의 빠른 풀이(feat. 화학1 221118)

논리화학

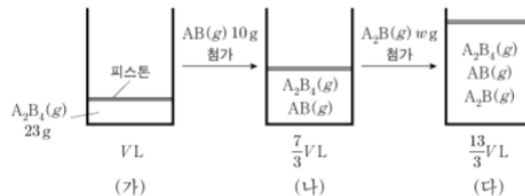
우선 시작하기 전에 고1때 배운 가비의 리를 다시 떠올려보자.

$$\frac{q}{p} = \frac{b}{a} \text{가 성립하고, 분모가 모두 0이 아니면}$$

$$\frac{q}{p} = \frac{b}{a} = \frac{q+b}{p+a} \text{가 성립한다. 물론 이 때 } p+a \neq 0 \text{이어야 한다.}$$

이 내용을 우선 210917에 적용시켜보자.

17. 그림 (가)는 실린더에  $A_2B_4(g)$  23g이 들어 있는 것을, (나)는 (가)의 실린더에  $AB(g)$  10g이 첨가된 것을, (다)는 (나)의 실린더에  $A_2B(g)$   $w$ g이 첨가된 것을 나타낸 것이다. (가)~(다)에서 실린더 속 기체의 부피는  $VL$ ,  $\frac{7}{3}VL$ ,  $\frac{13}{3}VL$ 이고, 모든 기체들은 반응하지 않는다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?  
(단, A와 B는 임의의 원소 기호이며, 온도와 압력은 일정하다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. 원자량은  $A > B$ 이다.

ㄴ.  $w = 22$ 이다.

ㄷ. (다)에서 실린더 속 기체의  $\frac{A \text{ 원자 수}}{\text{전체 원자 수}} = \frac{1}{2}$ 이다.

- ① ㄱ    ② ㄴ    ③ ㄱ, ㄷ    ④ ㄴ, ㄷ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

원자량이나  $w$ 는 계산하지 말고, ㄷ 선지만 같이 풀어보자.

귀찮으니  $VL = 1 \text{ mol}$ 이라 두고 풀자.

순차적으로 첨가했으므로 (다)에선  $A_2B_4$  1mol,  $AB$   $\frac{4}{3}$ mol,  $A_2B$  2mol이 존재한다.

실린더 내엔 A 원자와 B 원자만 존재하므로,  $\frac{A \text{ 원자 수}}{\text{전체 원자 수}} = \frac{1}{2}$ 은

'A 원자 수 = B 원자 수'를 의미한다.

그러면 AB는 계산에서 무시하고,  $A_2B_4$ 와  $A_2B$ 만 고려해서 A 원자 수 = B 원자 수인지 확인하면 된다. 실제로 당연히 그렇고, ㄷ 선지는 옳다.

이 풀이에서 AB는 계산에서 무시할 때 가비의 리를 사용했다고 할 수 있다.

Q) 아니 저게 왜 가비의 리를 사용한건가요?

A)  $A_2B_4$ 와  $A_2B$ 를 먼저 계산해서  $\frac{A \text{ 원자수}}{\text{전체 원자수}} = \frac{1}{2}$  인지 확인하고, 마지막에 AB의 A 원자 수와 전체 원자 수를 더했는데 이 때 가비의 리에 의해 어차피 AB가 몇 개가 있어도  $\frac{A \text{ 원자수}}{\text{전체 원자수}} = \frac{1}{2}$  이 되므로 가비의 리의 원리를 이용한 것이 맞습니다.

물론 2022학년도 수능 생명과학 II 20번에 따르면 현실에서 양수라고 여겨지는 상수는 수능에서는 음수일 수 있기 때문에, AB의 개수가 음수이고 전체 원자 수가 0이 되는 케이스도 고려해야 하지만 넘어가자.

한편, 가비의 리를 비례식으로 표현했을 때 어떻게 되는지 알아보자.

가비의 리를 반대로 적용하면  $\frac{q+b}{p+a} = \frac{q}{p}$  일 때,  $\frac{q}{p} = \frac{b}{a}$  가 성립한다.

이를 비례식 표현으로 나타내면

$p+a : q+b = p : q$  일 때,  $p : q = a : b$  가 성립한다.

비례식의 좌변에서  $p : q$ 를 그대로 빼 것이라고 생각할 수 있다.  
비슷하게 이런 조작도 가능하다.

$$a : a+b = p : q$$

좌변에서  $a$ 는 우변에서  $p$ 에 해당하므로,  $a : b = p : q - p$ 라고 둘 수 있다.

간단한 예시로 다음 비례식을 풀어보자.

$$10 + V : 10 + 5V = 7 : 11$$

중화 반응 문항에서 자주 보는 비례식이다.

좌변에서  $10 + V$ 는 7에 해당하므로,  $10 + 5V$ 와 11에서 각각  $10 + V$ 와 7을 빼 보자.

$$10 + V : 4V = 7 : 4$$

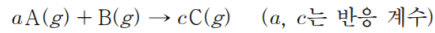
$$\rightarrow 10 + V : V = 7 : 1$$

이제  $10 + V : V = 7 : 1$ 에서 그냥 걸굽 속굽을 이용해서 풀어도 된다.

다시 한번 좌변에서  $V$ , 우변에서 1을 빼서  $10 : V = 6 : 1$ 의 비례식을 얻으면  
쉽게  $V = \frac{5}{3}$ 를 얻는다.

이제 220920을 깔끔히 풀어보자. 물론 마지막 비례식만 다를 예정이다.

20. 다음은 A(g)와 B(g)가 반응하여 C(g)를 생성하는 반응의 화학 반응식이다.



표는 실린더에 A(g)와 B(g)의 질량을 달리하여 넣고 반응을 완결시킨 실험 I~III에 대한 자료이다.

실험	반응 전		반응 후		
	A의 질량(g)	B의 질량(g)	A 또는 B의 질량(g)	C의 밀도 (상댓값)	전체 기체의 부피(상댓값)
I	1	w	$\frac{4}{5}$	17	6
II	3	w	1	17	12
III	4	w+2		x	17

$\frac{x}{c} \times \frac{C \text{의 분자량}}{B \text{의 분자량}}$  은? (단, 온도와 압력은 일정하다.) [3점]

- ①  $\frac{21}{4}$     ②  $\frac{17}{2}$     ③  $\frac{39}{4}$     ④  $\frac{27}{2}$     ⑤  $\frac{39}{2}$

(해설 모르면 <https://orbi.kr/00039333227/> 일부 참고)

이 문제는 마지막에 아래의 항 3개 비례식을 마무리해야 한다(물론, 항 2개 비례식 2개를 풀었겠지만, 수식적으로 항 3개의 비례식 하나라고 할 수 있다).

$$c+1 : 2c+a : 4c+0.5 = 6 : 12 : 17$$

$$c+1 : 2c+a = 6 : 12 = 1 : 2 \text{를 먼저 풀자.}$$

사실 이 식은 전개가 더 빠르긴 하지만, 비례식만 조작하고 풀어보는걸 연습하자.

$c+1 : 2c+a = 1 : 2$ 에서,  $2c+2 : 2c+a = 2 : 2$ 로 고칠 수 있고, 여기서 바로  $a=2$ 어야 한다는 것을 쉽게 알 수 있다.

$$c+1 : 4c+0.5 = 6 : 17$$

만 풀면 문제가 끝난다.

좌변의  $4c+0.5$ 에서 0.5를 소거하고 싶다. 그러니  $0.5c+0.5$ 를 빼 보자.

좌변에서  $0.5c+0.5$ 는 비율 상 우변에서 3에 해당한다. 따라서

$$c+1 : 3.5c = 6 : 14$$

$$c+1 : c = 6 : 4 = 3 : 2$$

$$\therefore c = 2$$

를 알 수 있다.

한편 아까의 비례식  $10 + V : 10 + 5V = 7 : 11$ 의 다른 풀이를 알아보자.

$$\frac{10 + V}{10 + 5V} = \frac{7}{11}$$

위와 같이 좌변의 비의 차는  $4V$ 이고, 우변은  $4$ 이다.  
즉, 우변에  $V$ 를 곱하면 좌변의 비를 얻을 수 있다는 것을 알 수 있다.

따라서  $10 + V : 10 + 5V = 7V : 11V$ (단, 비율의 단위가 같음)이다.

이제  $10 + V = 7V$ 이고  $V = \frac{5}{3}$ 이다.

지금까지 비례식의 합차, 상댓값 이용, 가비의 리 등의 다양한 도구들을 알아보았다.  
이것들을 이용해서 221118을 풀어보자. 처음부터 끝까지 풀어보는 걸 추천한다.

18. 표는 용기 (가)와 (나)에 들어 있는 기체에 대한 자료이다.

(나)에서  $\frac{X \text{의 질량}}{Y \text{의 질량}} = \frac{15}{16}$ 이다.

용기	기체	기체의 질량(g)	$\frac{X \text{ 원자 수}}{Z \text{ 원자 수}}$	단위 질량당 Y 원자 수(상댓값)
(가)	$XY_2, YZ_4$	$55w$	$\frac{3}{16}$	23
(나)	$XY_2, X_2Z_4$	$23w$	$\frac{5}{8}$	11

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?  
(단, X~Z는 임의의 원소 기호이고, 모든 기체는 반응하지 않는다.)

—<보 기>—

ㄱ. (가)에서  $\frac{X \text{의 질량}}{Y \text{의 질량}} = \frac{1}{2}$ 이다.

ㄴ.  $\frac{\text{(나)에 들어 있는 전체 분자 수}}{\text{(가)에 들어 있는 전체 분자 수}} = \frac{3}{7}$ 이다.

ㄷ.  $\frac{X \text{의 원자량}}{Y \text{의 원자량} + Z \text{의 원자량}} = \frac{4}{17}$ 이다.

- ① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄷ      ④ ㄱ, ㄴ      ⑤ ㄴ, ㄷ

이 문항은 이번 수능에서 가장 결정적인 문항이었다. 18번에 2점 배점, 걸만 보면 지금까지 봐왔던 다른 양론 문항과 차이가 없어 보인다. 하지만 ㄷ 선지가 지금까지 그 어떤 문항에도 없던 비례식이어서 많은 학생들이 이 선지에서 많은 시간을 허비했다. 아마 출제자 입장에서는 후에 서술할 선지대입법을 의도한 것으로 보이는데, 이런 비례식이 ㄴ 선지로 나온 경우엔 선지대입법조차 불가능하기에 비례식을 푸는 법을 잘 알아두자. 비례식을 제외한 풀이를 이미 다 알고 있다면, 다음 장으로 바로 넘어가도 된다.

Step 1) 기체의 총 질량과 단위 질량당 Y 원자 수를 곱하면 각 혼합기체에서의 Y 원자 수의 상댓값을 구할 수 있다. (가):(나) =  $55 \times 23 : 23 \times 11 = 5 : 1$ 이므로 (가)와 (나)에서 Y 원자 수의 비는 5:1이다.

Step 2) (가)에서 X 원자 수와 Z 원자 수의 개수 비 3:16을 맞추려면 존재 비  $XY_2 : YZ_4 = 3 : 4$  이어야 함은 쉽게 알 수 있고, 그냥 각각 개수(상댓값)을 3, 4로 두자. 여기서 Y 원자 수의 상댓값이 10임을 알 수 있고, 비율에 의해 (나)에서 Y 원자 수의 상댓값은 2개이다.

Step 3) (나)에서 Y 원자 수의 상댓값이 2개이므로,  $XY_2$ 는 1개 존재한다. 여기서  $X_2Z_4$ 가 2개 존재하면 원자 수 비  $X : Z = 5 : 8$ 을 맞출 수 있는 것이 보인다. (물론, 방정식  $\frac{1+2t}{4t} = \frac{5}{8}$ 를 푸는게 정확한 풀이이나, 이 정도는 숫자가 바로 보일 것이다)

지금까지 구한 분자 개수(상댓값)을 표로 정리하면 다음과 같다.

(가)	$XY_2 : 3$	$YZ_4 : 4$
(나)	$XY_2 : 1$	$X_2Z_4 : 2$

Step 4) (나)에서 X와 Y의 질량 비 15:16을 이용하자. 위 표를 보면 (나)에서 X는 5개, Y는 2개 존재하므로 원자량 비가 3:8임을 바로 알 수 있다. 원자량을 각각 그냥 3과 8로 두자.

ㄱ 선지) (가)에서 X는 3개, Y는 10개 존재한다. 각각의 질량은 9와 80이므로 아니다.

ㄴ 선지) 표를 보면 (가)와 (나) 각각 7과 3으로 맞다.

ㄷ 선지) Z의 원자량을  $z$ 라고 하자.  $XY_2$ 의 분자량은 19,  $YZ_4$ 의 분자량은  $(8+4z)$ ,  $X_2Z_4$ 의 분자량은  $(6+4z)$ 이다. (가)에서의 총 질량은  $3 \times 19 + 4 \times (8+4z) = 89 + 16z$ 이며, (나)에서의 총 질량은  $1 \times 19 + 2 \times (6+4z) = 31 + 8z$ 이다. (가)와 (나)의 총 질량은 각각  $55w$ 와  $23w$ 이므로  $89 + 16z : 31 + 8z = 55 : 23$ 이 성립한다. 이 비례식을 풀면 된다.

$$89 + 16z : 31 + 8z = 55 : 23$$

많은 학생들을 당황하게 한 비례식이다.

우선 앞서 예시 문항들에서, 비례식을 풀 때 키 포인트는 “불편한 항을 소거” 하거나 “숫자를 잘 맞춰서 소거”하는 것 이었다. 비례식의 좌변에서  $16z$ 와  $8z$ 가 눈에 들어온다.  $8z$ 가 있는 쪽에 2를 곱해보고 싶어진다.  $31 + 8z$ 와 23에 2를 곱하자.

$$89 + 16z : 62 + 16z = 55 : 46$$

를 얻는다. 여기서 항을 소거해가며 풀어도 되지만, 차이에 집중해보면 아래와 같다.

$$\begin{array}{ccc} 89 + 16z : 62 + 16z = 55 & : & 46 \\ \vdash -27 & \dashv & \vdash -9 \end{array}$$

따라서 우변에 3을 곱하면 좌변과 같은 비율을 얻게 된다.

$62 + 16z = 46 \times 3$ 의 식을 세울 수 있고,  $16z = 76$ 에서  $z = \frac{19}{4}$ 를 얻는다.

따라서  $\frac{3}{8 + \frac{19}{4}} = \frac{12}{51} = \frac{4}{17}$ 로  $\square$ 은 맞다.

여기까지 비례식의 다양한 풀이, 이를 통한 221118의 빠른 계산법을 알아보았다. 이 제는 이 문항의  $\square$  선지를 조금 더 분석해보자.

#### 1) 선지대입법

제일 현실적이고, 이 문항에 한해 좋은 풀이이다. 시험장에서 시간이 부족하므로  $\square$  선지의 비례식을 보고, 비례식이 답이 없어 보인다면 선지를 대입할 줄도 알아야 한다. 하지만 이는 화1에서는 선례가 거의 없고 화2에서나 자주 쓰던 기술인데, 이제부터는  $\square$ 선지와 같이 마지막에 푸는 선지의 경우 선지대입법을 적극적으로 활용하도록 하자.

X 원자의 원자량은 3, Y 원자의 원자량은 8이었음을 상기하자.

$\square$  선지를 역대입하면  $\frac{3}{8+z} = \frac{4}{17}$ 에서  $32 + 4z = 51$ ,  $z = \frac{19}{4}$ 를 얻는다.

이제 구한 비례식  $89 + 16z : 31 + 8z = 55 : 23$ 에  $z = \frac{19}{4}$ 를 대입하면 식이 성립하므로 맞다.

## 2) 직관화학

단순 양론(아보가드로) 문항의 경우 평가원은 실존하는 분자를 기준으로 출제하기 때문에 찍어서 맞출 수 있는 경우가 존재한다. 실제로 220918의 경우 분자가 대놓고 보였던 사례가 있다. 이 문항도 마찬가지로 선지 역대입을 하면 유독 찍기가 꽤 쉬운 편이다. 다만 찍기 풀이가 잘 통하지 않는 문항들도 자주 출제되고, 찍기 풀이 자체가 당일 컨디션과 운이 따라야 한다. 따라서 점수의 안정성과 본질적인 실력을 위해선 찍어서 푼 문제를 논리적으로 다시 푸는 작업은 **항상 필요하다**. 기출, 실모, N제를 풀 때 찍어서 푼 문제는 꼭 계산을 통해 다시 푸는 연습을 하자. 실모에서 찍어서 맞춘 문제는 **맞혔다고 할 수 없다**.

아무튼 선지대입법과 같이  $z = \frac{19}{4}$ 를 얻는다. 여기서 19는 대개 플루오린(F)에 해당하는 원자량이다. 따라서 지금까지 구해둔 원자량에 4를 곱하면,  $X = 12$ ,  $Y = 32$ ,  $Z = 19$ 로, 각각 C, S, F에 해당할 것 같은 느낌이 들고 사실 이쯤 되면 누가 봐도 맞다.

그래도 확신을 위해 제시된 분자를 확인해야 하는데

$XY_2 \Rightarrow CS_2$ ,  $YZ_4 = SF_4$ ,  $X_2Z_4 \Rightarrow C_2F_4$ 로 알고 있는 분자다.  $\square$ 은 맞다.

## 3) $w$ 를 구하기

개인적으로 이 문항을 좋아하지 않는 이유이다. 사실 앞선 비례식 풀이에서 빼고 더 하고 하는 행위는 비율로 제시된 연립 일차 방정식을 푸는 것과 대수적(본질적)으로 같은 행위이다. 무슨 의미인지 확인하려면 아래의 풀이를 보자.

(가)의 질량  $89 + 16z = 55w$ 라고 그냥 방정식을 세우고,  $w$ 는 상댓값으로 설정한다.

(나)의 질량도  $31 + 8z = 23w$ 라고 방정식을 세운다.

이건 누가 봐도  $z$ 를 소거하고 싶고, 실제로  $w = 3$ 을 얻고  $z = \frac{19}{4}$ 까지 얻을 수 있다.

이 풀이를 잘 들여다보면 앞서 쓴 비례식 풀이와 동치임을 알 수 있다.

하지만 화1 공부를 열심히 한 학생들이라면, 화1 고득점은 비율을 얼마나 잘 다루느냐에 대한 싸움이라고 이해했을 것이다. 당연히 기체의 질량  $55w$ ,  $23w$ 는 비율을 제시한 것으로 받아들이지,  $w$ 를 구할 생각은 하지 않을 것이고 대개 비례식을 세워서 풀었을 것이다. 상댓값으로 제시하지 않고  $55w$ ,  $23w$ 로 제시한건 (별 생각이 없었을 수도 있지만) 출제진의 나름대로의 배려로 보이나, 개인적으로 수공이 가진 않는다.

긴 칼럼 읽으시느라 수고하셨습니다.

2023 수능 고득점을 기원합니다. 케미로직 많이 사랑해주세요. Fin.