

제 2 교시

2016학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 문제지

수학 영역(B형)

성명

수험번호

○ 자신이 선택한 유형('A'형 / 'B'형)의 문제지인지 확인하십시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

잠겨죽어도 좋으니 너는 물처럼 내게 밀려오라.

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 유형('A'형 / 'B'형), 답을 정확히 표기하십시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

Epsilon

2015년 8월 15일 시행 Epsilon 모의고사 1회 (B형)

출제, 검토 및 편집

성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon

10학번 : 최원재

11학번 : 양종현

12학번 : 양한솔 황성문

13학번 : 김찬호 오인수 오현주

14학번 : 고정민 김민지 서재현 이다운 임현우

15학번 : 김효석 오민지 유정훈 이민욱 이상민 전성완 정다혜 최문영 최봉규

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(B형)



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $3A+B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

3. $\int_2^4 \frac{1}{x} dx$ 의 값은? [2점]

- ① $\ln \frac{1}{2}$ ② $\ln 2$ ③ $2\ln 2$ ④ $\ln 3$ ⑤ $\ln 5$

4. 함수 $f(x) = 2\sin 2x - 5\cos x + ax$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값이 13일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

5. 좌표공간의 두 점 $A(a, 3, 7)$, $B(2, -6, b)$ 에 대하여 선분 AB 를 1:2로 내분하는 점의 좌표가 $(4, 0, 1)$ 일 때, $a-b$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

6. $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 삼각방정식

$$\sin 2x = 2 \sin^2 x$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}\pi$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ π ④ $\frac{5}{4}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

7. 자연수 k 에 대하여 포물선 $y^2 = -8x$ 에 접하고, 점 $(k, 2k^2)$ 을 지나는 접선의 기울기의 합을 a_k 이라 할 때, $\sum_{k=1}^7 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 55 ② 56 ③ 57 ④ 58 ⑤ 59

8. 서로 다른 다섯 종류의 상품 A, B, C, D, E 중에서 중복을 허락하여 5개를 택할 때, 상품 A와 상품 B의 개수가 같게 되는 경우의 수는? (단, 상품 A, B, C, D, E의 개수는 충분히 많다.) [3점]

- ① 32 ② 33 ③ 34 ④ 35 ⑤ 36

9. 행렬 $A = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 - \sqrt{3} & \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A^2 로 나타내어지는 일차변환을 f 라고 하자. 좌표평면 위의 점 $P(4,0)$ 에 대하여 일차변환 f 에 의해 옮겨지는 점을 점 Q 라고 할 때, 삼각형 OPQ 의 넓이는? (단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1
④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

10. 파고를 만드는 물의 출렁임을 파랑이라고 하는데, 이 파랑에너지를 이용하여 발전기를 돌린다. 어느 지역에서의 파고를 $H(m)$, 파고의 주기를 $T(s)$, 파랑에너지밀도를 S 라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log S = \log \frac{H^2}{T^4} - \frac{1}{4} T^{-4} + C \quad (\text{단, } C \text{는 상수이다.})$$

이 지역에서의 파고의 주기가 각각 $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{2}$ 일 때, 파고를 각각 H_A , H_B 라 하고 파랑에너지밀도를 각각 S_A , S_B 라 하자.

H_B 가 H_A 의 2배일 때, $\frac{S_A}{S_B}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{125}{2}$ ② 125 ③ 250
④ 500 ⑤ 1000

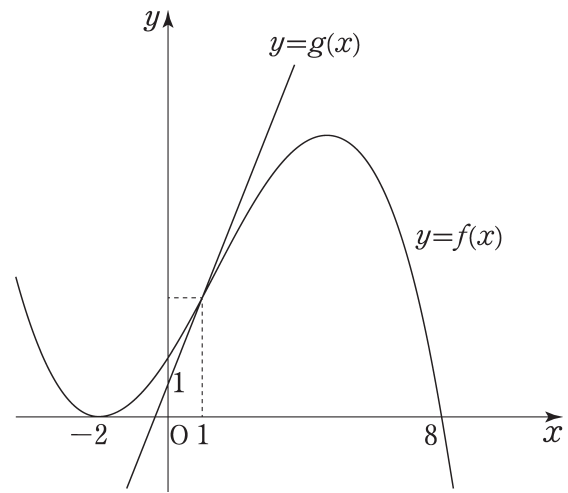
11. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{5}, \quad P(B|A) = 3P(B|A^c)$$

일 때, $P(A|B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이고, $P(A \cap B) \neq 0$ 이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

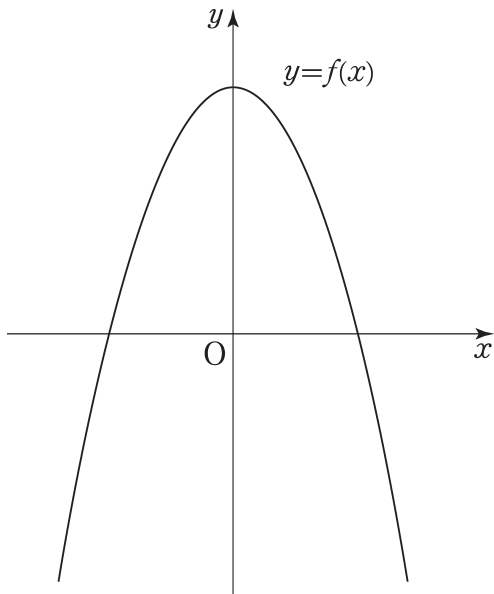
12. 삼차함수 $y=f(x)$ 와 직선 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



분수부등식 $\frac{g(2x)}{f(2x)} \geq 1$ 를 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은?
[3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

[13~14] 그림과 같이 함수 $f(x) = ax^2 - 4a$ ($a < 0$)가 있다.
13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분을 y 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피가 16π 일 때, 상수 a 의 값은?
[3점]

- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ -1 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

14. $a = -1$ 일 때, 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y = -n^2 + 4$ 로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 a_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 2 ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = \frac{1}{4}$ 이고,

$$a_{n+1} = \frac{n+1}{n+2} a_n + \frac{n}{(2n+1)(2n+3)} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$(n+2)a_{n+1} = (n+1)a_n + \frac{n(n+2)}{(2n+1)(2n+3)}$$

이므로 $n \geq 1$ 인 자연수 n 에 대하여

$$(n+1)a_n = 2a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k(k+2)}{(2k+1)(2k+3)} \dots (*)$$

이다. 한편

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k(k+2)}{(2k+1)(2k+3)} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k(k+2)}{2k+1} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k(k+2)}{2k+3} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \sum_{k=2}^{n-1} \frac{k(k+2)}{2k+1} - \sum_{k=1}^{n-2} \frac{k(k+2)}{2k+3} - \frac{(n-1)(n+1)}{2n+1} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left(\boxed{(가)} - \frac{n^2-1}{2n+1} \right) \end{aligned}$$

이므로 (*)에 의하여

$$a_n = \frac{1}{2(n+1)} \left(1 + \boxed{(가)} - \frac{n^2-1}{2n+1} \right) \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로

$$a_n = \frac{\boxed{(나)}}{2(n+1)(2n+1)} \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때,

$\frac{g(10)}{f(4)}$ 의 값은? [4점]

- ① 33 ② 35 ③ 37 ④ 39 ⑤ 41

16. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 + AB - A - B = E, \quad (A-B)^2 - 4A^2 = O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A+B$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB=BA$

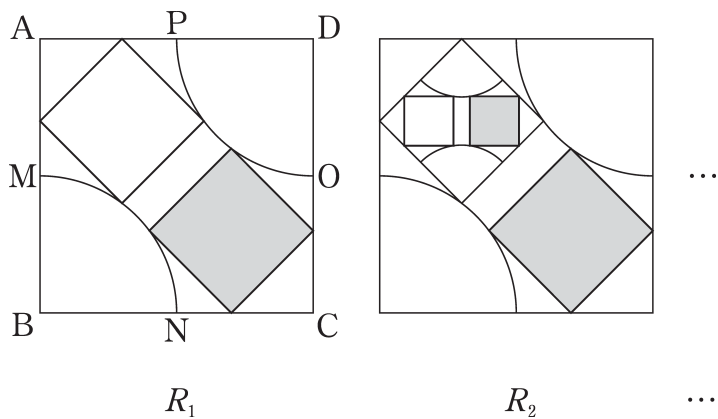
ㄷ. $A^2 - A = 2E$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD가 있다. 그림과 같이 네 변 AB, BC, CD, DA의 중점을 각각 M, N, O, P라 하자. 중심이 B, 반지름의 길이가 \overline{BN} 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 BNM을 그리고, 중심이 D, 반지름의 길이가 \overline{DP} 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 DPO를 그린다. 네 꼭짓점 중 두 꼭짓점이 각각 두 부채꼴 위에 있고 나머지 두 꼭짓점이 각각 정사각형의 변 위에 있도록 서로 합동인 두 정사각형을 그린다. 새로 그려진 두 정사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 그린 두 정사각형 중 색칠되어 있지 않은 정사각형에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 정사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{34}{41}$
- ② $\frac{35}{41}$
- ③ $\frac{36}{41}$
- ④ $\frac{37}{41}$
- ⑤ $\frac{38}{41}$

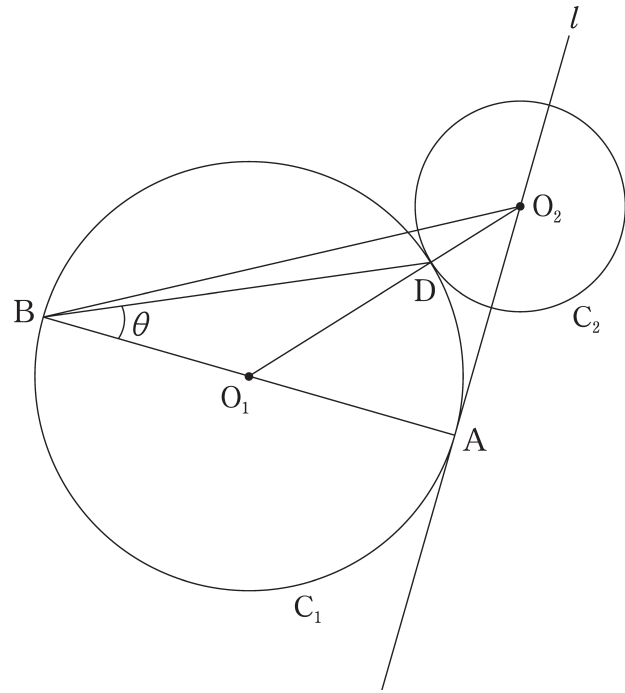
18. 최고차항의 계수가 1이고 대칭축이 $x=2$ 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식 $|f(x)|-3 = \sqrt{|f(x)|-1}$ 의 서로 다른 4개의 실근이 등차수열을 이룬다. $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{25}{4}$
- ② $-\frac{27}{4}$
- ③ $-\frac{29}{4}$
- ④ $-\frac{31}{4}$
- ⑤ $-\frac{33}{4}$

19. 어느 화장품 회사에서 A 제품, B 제품, C 제품의 선호도를 알아보기 위하여 어느 도시의 주민 중 100명을 임의추출하여 조사한 결과 a 명, b 명 ($a > b$), 20명이 각각 A 제품, B 제품, C 제품을 선호한다고 답하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 도시 전체의 A 제품을 선호한 주민들의 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이가 이 도시 전체의 C 제품을 선호한 사람들의 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이의 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 배일 때, b 의 값은? (단, 선호도 조사를 받은 모든 주민은 각각 한 제품만을 선택하였고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 이다.) [4점]

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

20. 그림과 같이 중심이 O_1 이고 길이가 8인 선분 AB 를 지름으로 하는 원 C_1 이 있다. 원 C_1 위의 점 A 에서의 접선을 l 이라 하고, 직선 l 위의 점 O_2 를 중심으로 하고 원 C_1 에 외접하는 원을 C_2 , 원 C_2 가 원 C_1 과 만나는 점을 D 라 하자. $\angle DBO_1 = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$), 삼각형 BDO_2 의 넓이를 $f(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{f(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? [4점]



- ① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

21. 음의 정수 t 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \{x^2 - (t-4)x - 2t + 6\}e^{-x} - \frac{1}{2}mx^2$$

가 있다. 곡선 $y=f(x)$ 가 2개의 극솟점을 가지게 하는 실수 m 이 존재할 때, $f(0)$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

단답형

22. 공비가 3이고 첫째항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 a_4 = 108$ 일 때, a_3 의 값을 구하시오. [3점]

23. 한 변의 길이가 12인 정삼각형 ABC가 있다. 변 AC의 중점을 M이라 할 때, 두 벡터 \overrightarrow{AM} , \overrightarrow{BC} 의 내적 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 어느 학교의 학생 200명 중 엡실론 모의고사 30번 문제를 풀 학생 수와 풀지 못한 학생 수가 다음과 같다.

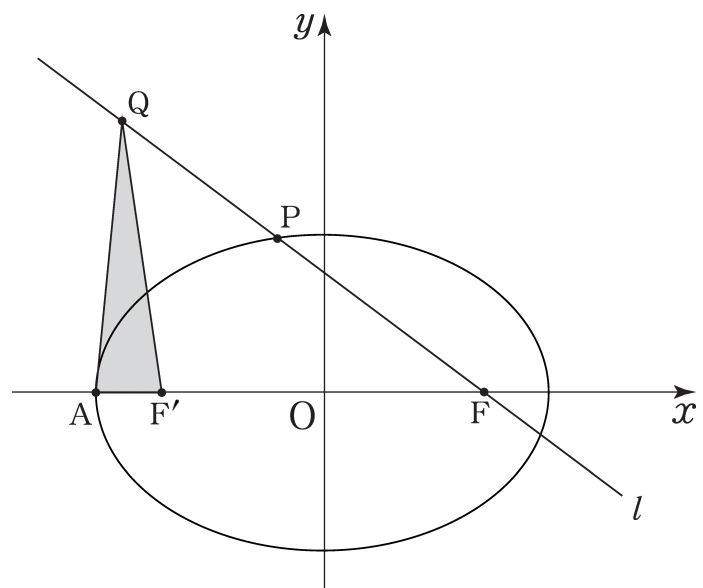
(단위: 명)

구분	남학생	여학생
풀 학생	24	x
풀지 못한 학생	y	72

이 학교의 학생 중에서 임의로 선택한 한 명의 학생이 30번 문제를 풀 학생이었을 때, 이 학생이 여학생일 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다. 이 학교의 학생 중에서 임의로 선택한 한 명의 학생이 30번 문제를 풀지 못한 학생이었을 때, 이 학생이 남학생일 확률은 p 이다. $70p$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 좌표공간에서 직선 $l: \frac{x+3}{4} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{a}$ ($a > 1$) 과 평면 $\alpha: x+2y+z=4$ 가 이루는 각의 크기가 60° 일 때, 직선 l 과 평면 α 의 교점의 좌표가 (b, c, d) 이다. $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 두 점 F', F 를 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ 이 있다. 타원의 한 꼭짓점을 A , 점 F 를 지나는 직선 l 이 제 2사분면에서 타원과 만나는 점을 P 라 하고, 직선 l 위에 $\overline{PQ}=6$ 이고 선분 FQ 의 길이가 최대가 되도록 점 Q 를 잡는다. 점 F' 에서 직선 l 에 내린 수선의 발이 점 P 일 때, 삼각형 QAF' 의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 점 A 의 x 좌표는 음수이고, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



27. 양의 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하자. 자연수 n 에 대하여

$$f(10x^2) - 3g(x) = n$$

을 만족시키는 모든 x 의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{25} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 확률변수 X 의 확률밀도함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 연속이고 y 축에 대하여 대칭이다. 확률변수 X 가 다음 조건을 만족시킬 때, $V(X)$ 의 값을 구하시오. [4점]

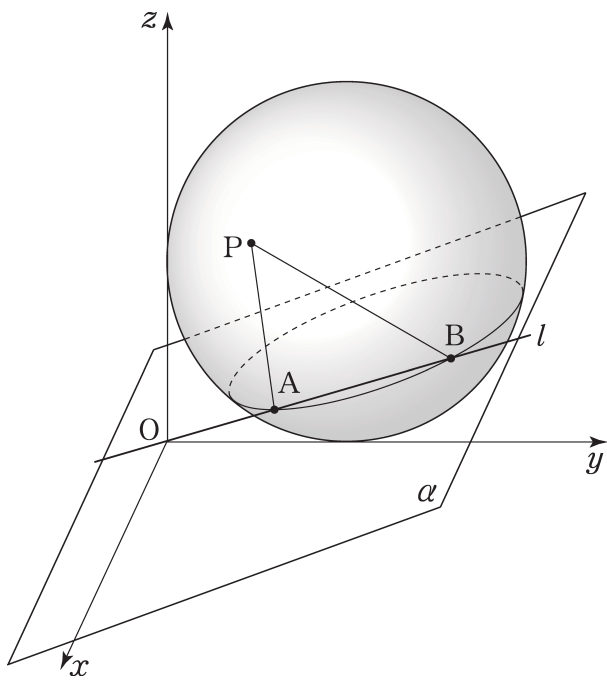
$$(가) E(|X|) = 10$$

$$(나) E(X^2) = \int_{-2}^0 (x-2)^2 f(x) dx$$

29. 좌표공간에서 구 $S: x^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4$ 와 x 축을 포함하는 평면 α 가 만나서 생기는 원을 C 라 하고, 평면 α 위에 있는 원점을 지나는 직선 l 이 원 C 와 만나서 생기는 두 점을 A, B 라 할 때, 두 점 A, B 와 구 S 위의 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{AB} = 2$
- (나) 삼각형 PAB 는 정삼각형이다.
- (다) 세 점 P, A, B 의 x 좌표는 0보다 크거나 같다.

삼각형 PAB 의 평면 α 위로의 정사영의 넓이의 최댓값을 p 라 할 때, $6p^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 함수 $y = xe^{x^2}$ 의 역함수를 $y = f(x)$ 라 하자. 닫힌구간 $[0, 2e]$ 에서 연속인 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} 6xf'(x) & (0 \leq x \leq e) \\ 2(x-e)g'(x-e) + k & (e < x < 2e) \end{cases}$$

를 만족시키고, $\int_0^{2e} g(x) dx = ae + b$ 일 때, $a^3 + b^3$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 정수, k 는 상수이다.) [4점]

