

수학 영역 (B형)

홀수형

성명		수험 번호					-				
----	--	-------	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(A형/B형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

2016학년도 장영진Plus 모의고사 1회 문제지

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2교시

수학 영역(B형)

출수형

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $2A - B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\tan 2\theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [2점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{7}{6}$

3. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(80, \frac{1}{4}\right)$ 을 따를 때, $V(-X+4)$ 의 값은? [2점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

4. 두 사건 A, B 에 대하여 A 와 B 는 서로 배반사건이고,

$$P(A^C) = P(B) + \frac{3}{8}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

5. 무리방정식 $x^2 - 3x + \sqrt{x^2 - 3x + 6} = 0$ 의 모든 실근의 곱은?
[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 어느 학교 3학년 전체 학생의 국어 시험 점수는 평균이 m , 표준편차가 2σ 인 정규분포를 따르고, 수학 시험 점수는 평균이 $m+5$, 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 3학년 학생 중에서 국어 점수가 75점 이상인 학생의 수와 수학 점수가 75점 이상인 학생의 수가 같을 때, m 의 값은? [3점]

- ① 65 ② 70 ③ 75 ④ 80 ⑤ 85

6. 두 점 $(1, 0)$ 과 $(0, 2)$ 을 각각 두 점 $(1, 3)$ 과 $(-2, 4)$ 로 옮기는 일차변환을 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_{n+1} = 2$ 일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

9. 좌표공간에서 점 A의 점 $(0, 0, 2)$ 에 대하여 대칭이동시킨 점을 B, xy 평면에 대하여 대칭이동시킨 점을 C라 하자. 점 B가 xy 평면 위에 있고 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 점 A에서 z 축에 이르는 거리는? [3점]

- ① $\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{14}$ ④ 4 ⑤ $3\sqrt{2}$

10. 어느 통신사의 한 지점에서 최근 휴대전화를 개통한 160명에 대하여 통신사 변경과 약정 할부 이용 여부를 기준으로 구분한 결과가 다음과 같다.

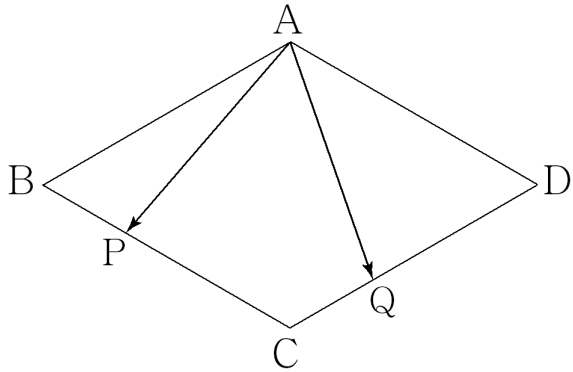
(단위 : 명)

구분	통신사 변경함	통신사 변경안함
약정할부 이용함	90	a
약정할부 이용안함	b	6

휴대전화를 개통한 160명 중에서 임의로 1명을 선택할 때, 통신사를 변경한 사람일 확률이 $\frac{5}{8}$ 이다. 휴대전화를 개통한 160명 중에서 임의로 선택한 1명이 약정할부를 이용한 사람일 때, 이 사람이 통신사 변경을 한 사람일 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

11. 한 변의 길이가 4인 마름모 ABCD에서 두 점 P와 Q는 각각 선분 BC와 CD 위를 움직이는 점이다. $\overline{BD} = 4\sqrt{3}$, $\angle PAQ = \frac{\pi}{3}$ 일 때, $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최솟값은? [3점]



- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

12. 첫째항이 $\frac{1}{3}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$a_n = \frac{3(S_n)^2}{3S_n - 1} \quad (n \geq 2)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$a_n = S_n - S_{n-1} \text{이므로}$$

$$S_n - S_{n-1} = \frac{3(S_n)^2}{3S_n - 1}$$

이다. 양변에 $3S_n - 1$ 을 곱하여 정리하면

$$S_{n-1} - S_n = 3S_n S_{n-1}$$

이다.

$$T_n = \frac{1}{S_n} \text{이라 하면 } T_1 = 3 \text{이고}$$

$$T_n - T_{n-1} = \boxed{\text{가}} \quad (n \geq 2)$$

이므로

$$T_n = \boxed{\text{나}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 따라서 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = \begin{cases} \frac{1}{3} & (n=1) \\ \boxed{\text{다}} & (n \geq 2) \end{cases}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나), (다)에 알맞은 식을 각각

$f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $\frac{p}{f(24) \times g(16)}$ 의 값은? [3점]

- ① -30 ② -28 ③ -26 ④ -24 ⑤ -22

[13~14] 실수 t 와 이계도함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 행렬 A 를

$$A = \begin{pmatrix} -1 & f(t) \\ f'(t) & f''(t) \end{pmatrix}$$

라 할 때, 13번과 14번 두 물음에 답하시오.

13. $f(x) = \sin x$ ($0 < x < \pi$) 이고 행렬 A 로 나타내어지는 일차변환에 의하여 점 $(2, 1)$ 이 직선 $y = x$ 위의 점으로 이동할 때, t 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ $\frac{5\pi}{6}$

14. 행렬 A 와 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 t 에 대하여 행렬 A 의 역행렬이 존재하지 않는다.

(나) $f(1) = 2, f'(1) = -2, f(4) = \frac{1}{2}$

곡선 $y = f(x)$ 와 두 직선 $x = 1, x = 4$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는? [4점]

- ① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

15. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2B + B^3 = E, \quad A^4 = B^4 + 2E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

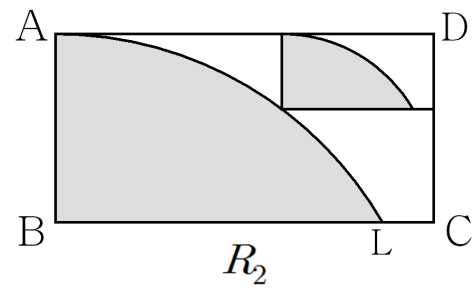
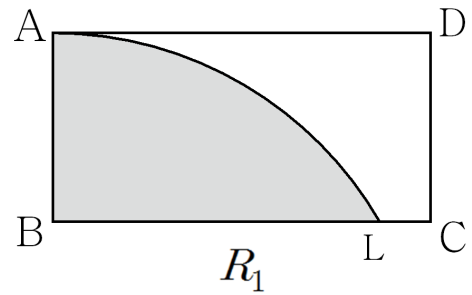
ㄱ. B 의 역행렬이 존재한다
 ㄴ. $A^2B = BA^2$
 ㄷ. $A^2 = B^2 + 2B$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 직사각형 $ABCD$ 에서 $\overline{AB}=3, \overline{AD}=6$ 이고, 선분 BC 위의 점 L 에 대하여 $\overline{BL}=3\sqrt{3}$ 이다. 중심이 직선 AB 위에 있고 두 점 A, L 을 모두 지나는 원과 직사각형 $ABCD$ 의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 호 AL 위에 한 꼭짓점이 있고 두 변은 각각 두 선분 AD, CD 에 포함되는 가로와 세로의 비가 2:1인 직사각형을 그리고, 이 직사각형에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

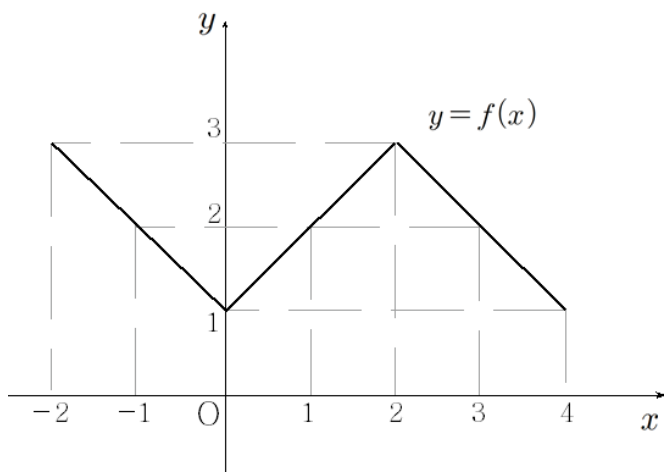
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮

- ① $\frac{25}{14}(4\pi - 3\sqrt{3})$ ② $\frac{5}{3}(3\pi - 2\sqrt{3})$
 ③ $\frac{25}{16}(2\pi - \sqrt{3})$ ④ $\frac{25}{17}(3\pi - 2\sqrt{3})$
 ⑤ $\frac{25}{18}(4\pi - 3\sqrt{3})$

17. 닫힌 구간 $[-2, 4]$ 에서 정의된 연속함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



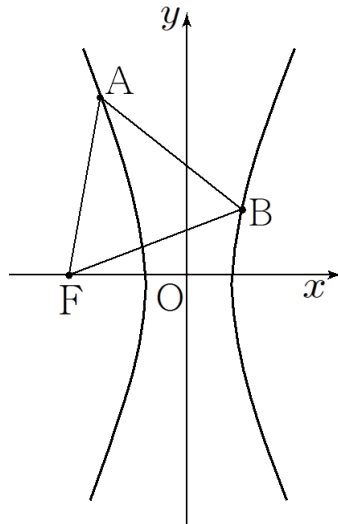
부등식

$$\frac{2^x - 1}{f(x) - 1} \geq 1$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

18. 쌍곡선 $x^2 - ky^2 = 1$ 의 두 초점 중 x 좌표가 음수인 점을 F라 하자. 제2사분면 위에 있는 이 쌍곡선 위의 점 A와 제1사분면에 있는 이 쌍곡선 위의 점 B에 대하여 삼각형 AFB가 한 변의 길이가 4인 정삼각형이다. 상수 k 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

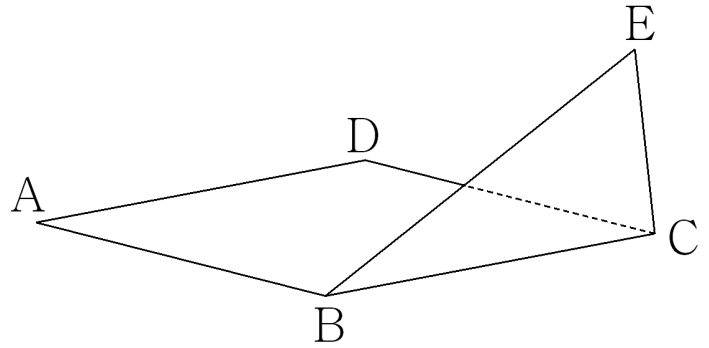
19. 양의 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 할 때,

$$\log x^2 = 10^{f(x)} + 2f(x)$$

를 만족하는 x 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하여 2번째 수를 a , 3번째 수를 b 라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

20. 공간에서 그림과 같이 정사각형 ABCD와 정삼각형 BCE가 변 BC를 공유하고 있다. 정삼각형 BCE와 삼각형 ABE의 넓이가 같고 $\overline{AE} > \overline{BE}$ 일 때, 두 평면 ABCD와 BCE가 이루는 각의 크기가 θ 이다. $\cos^2 \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [4점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

21. 자연수 n 과 세 함수 $f(x) = \ln x$, $g(x) = x^n - 1$,
 $h(x) = nx^n - n$ 에 대하여 $x > 1$ 에서 두 곡선 $y = g(f(x))$,
 $y = h(f(x))$ 의 교점을 A라 하자. 점 A에서 두 곡선
 $y = g(f(x))$, $y = h(f(x))$ 에 그은 두 접선과 y 축으로 둘러싸인
삼각형의 넓이를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{10} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{6}{5e}$ ② $\frac{7}{5e}$ ③ $\frac{8}{5e}$ ④ $\frac{9}{5e}$ ⑤ $\frac{2}{e}$

단답형

22. 함수 $f(x) = \ln(x^{12} + 1)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.
 [3점]

23. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_5 = 8$ 일 때, $a_2 + a_3 + a_4$ 의 값을
 구하시오. [3점]

24. 기울기가 2인 타원 $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 접선이 y 축과 만나는 두 점 사이의 거리를 구하시오. [3점]

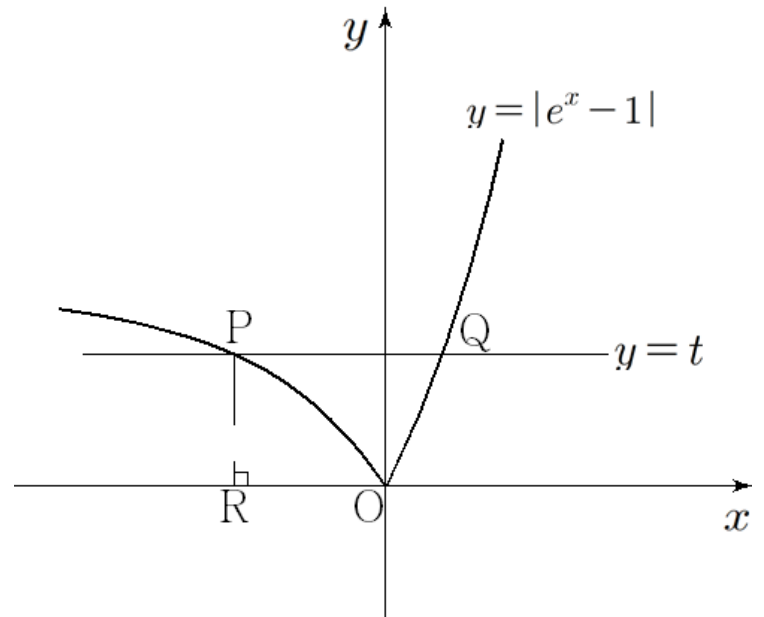
25. 킥의 법칙(Kick's law)에 따르면 고체폐기물을 파쇄하기 전 입자의 평균반경을 D_1 이라 하고 파쇄 후 입자의 평균반경을 D_2 라 하면 소비되는 파쇄에너지 E 는 다음 관계식을 만족시킨다고 한다,

$$E = k(\log D_1 - \log D_2) \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수})$$

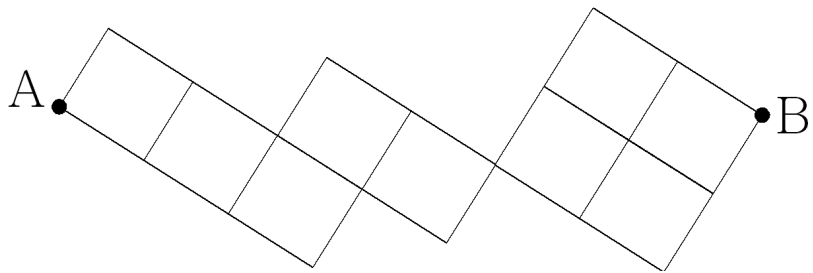
고체폐기물 A의 경우 고체폐기물 B에 비해 파쇄 전 입자의 평균반경은 $\sqrt{5}$ 배, 파쇄 후 입자의 평균반경은 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 배이다.

고체폐기물 A와 B의 파쇄에너지가 각각 81, 64일 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

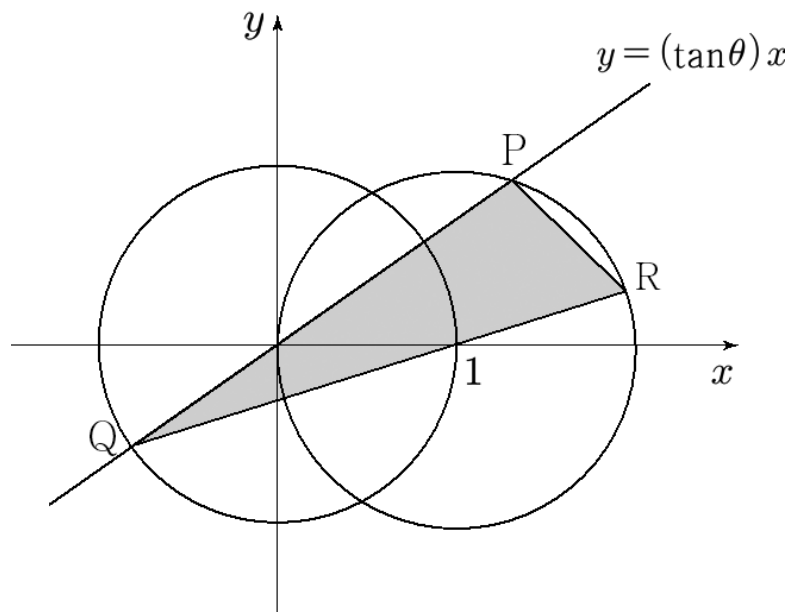
26. 좌표평면에서 곡선 $y = |e^x - 1|$ 와 직선 $y = t$ 가 만나는 두 점을 P, Q라 하고, 점 P에서 x 축에 내린 수선의 발을 R이라 하자. 두 점 Q와 R사이의 기울기를 $m(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow +0} m(t) = p$ 이다. $120p$ 의 값을 구하시오. (단, 점 P의 x 좌표가 점 Q의 x 좌표보다 작다.) [4점]



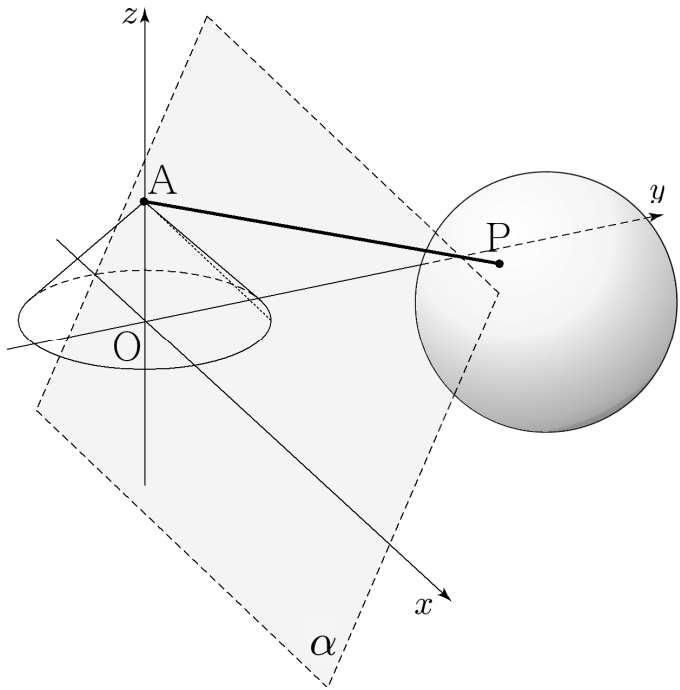
27. 그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수를 구하시오. [4점]



28. 그림과 같이 좌표평면에서 직선 $y = (\tan\theta)x$ 가 원 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 과 제1사분면에서 만나는 점을 P, 원 $x^2 + y^2 = 1$ 와 제3사분면에서 만나는 점을 Q, 점 Q와 점 (1, 0)을 지나는 직선이 원 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 과 제 1사분면에서 만나는 점을 R이라 하자. 삼각형 PQR의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta} = p$ 이다. $60p$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



29. 좌표공간에 xy 평면 위의 중심이 원점이고 반지름의 길이가 2인 원을 밑면으로 하고 꼭짓점이 $A(0, 0, 2)$ 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 하나의 모선을 포함하는 평면 α 와 구 $(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 4$ 위를 움직이는 점 P 에 대해 선분 AP 의 평면 α 위로의 정사영의 길이의 최솟값이 m 이다. $20m^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 정의역이 $\{x | 0 \leq x \leq 8\}$ 이고 다음 조건을 만족시키는 모든 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=2^x$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때,

$\frac{2M}{m}$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $0 \leq n \leq 8$ 인 정수 n 에 대하여 $f(n) = 2^n$ 이다.

(나) $0 \leq n \leq 7$ 인 정수 n 에 대하여

열린 구간 $(n, n+1)$ 에서

$$f'(x) = 2^n$$

또는

$$f'(x) = \ln 2 \times 2^x$$

이다.

(다) 열린 구간 $(0, 8)$ 에서 함수 $f(x)$ 가 미분가능하지 않은 점의 개수는 2 이상이다.

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.