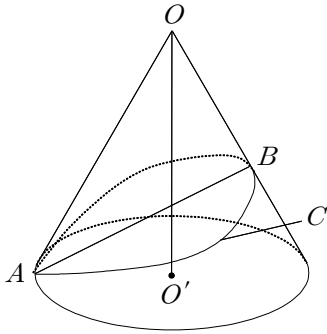


2016학년도 논술 모의고사 1회 문제지 (수학)

성명 : ()

제한 시간 : 80분, 총점 : 100점

다음 제시문을 읽고 [문제 1] ~ [문제 2]에 답하시오.



(가) 왼쪽의 그림과 같이 직원뿔의 밑면의 한 점 A 를 출발해 다시 A 로 돌아오는 점 P 가 이동한 거리가 가장 짧은 곡선을 C 라 하고, 곡선 위의 점 P 중 밑면과 가장 멀리 떨어져 있는 점을 점 B 라 하자. 또, 원뿔의 꼭짓점을 O , 밑면의 중심을 O' 이라 하자. 이때, $\overline{AO} = \overline{AO'}$ 인 경우는 생각하지 않는다.

(나) 철수는 \overline{AB} 를 포함하고, $\triangle ABO$ 에 수직인 평면 α 와 원뿔의 교선이 곡선 C 일 것이라고 생각하고, 평면 α 와 \overline{OB} 가 이루는 각이 $\angle ABO$ 일 것이라고 생각하였다.

(다) 어떤 공간상의 두 곡선이 일치할 조건은 여러 가지가 있다. 그 중 하나는 두 곡선 위의 점 $P(t)$ 와 $Q(t)$ 가 매개변수 t 로 표현되는 벡터일 때, 임의의 t_1 에 대해 $P(t_1) = Q(t_2)$ 이고, $P(t_1)$ 과 $Q(t_2)$ 에서 곡선에 접하는 접선이 일치하는 어떤 시간 t_2 가 항상 존재한다는 것으로, 이는 역으로도 성립한다. 이때, 점 $P(t_1)$ 에서의 곡선의 접선이란, 점 $P(t_1)$ 를 지나고 방향 벡터가 $P'(t_1)$ 인 직선으로 정의한다.

(라) 상수 a 와 임의의 실수 t 에 대하여 $a < t$ 일 때, 닫힌구간 $[a, t]$ 에서 연속함수 $f(x) > 0$ 이면 $g(t) = \int_a^t f(x)dx > 0$ 이다. 또한, $g(t)$ 는 미분 가능한 함수이므로 미분하면 $g'(t) = f(t) > 0$ 이다. 이는 $g(t)$ 가 증가함수임을 의미한다. 만일 $t < a$ 이고, 닫힌구간 $[t, a]$ 에서 $f(x) < 0$ 이면, $g(t) = \int_a^t f(x)dx > 0$ 이며, 구간 $[t, a]$ 에서 $g(t)$ 는 감소함수이다.

(마) 실수 a, b 가 $a < b$ 를 만족할 때, 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 함수 $f(x)$ 가 연속이고, $f(a) \neq f(b)$ 라 하자. 그러면 $f(a)$ 와 $f(b)$ 를 포함하고 그 사이의 임의의 실수 k 에 대하여 $f(c) = k$ 인 상수 c 가 구간 $[a, b]$ 에 적어도 하나 이상 존재한다. 단, $(k - f(a))(k - f(b)) \neq 0$ 이면 c 가 포함되는 구간은 열린구간 (a, b) 이다. 이를 응용하면, 구간 $[a, b]$ 에서 함수 $f(x)$ 가 연속이고, 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하면 $m \leq k \leq M$ 인 임의의 실수 k 에 대하여 $f(c) = k$ 인 상수 c 가 구간 $[a, b]$ 에 적어도 하나 이상 존재함을 보일 수 있다.

[문제 1] 아래의 문제에 답하시오.

[문제 1-1] 주어진 평면 α 와 원뿔의 교선인 곡선 C' 가 타원임을 보이시오. [10점]

[문제 1-2] 곡선 C 는 모선 \overline{AO} 로 옆면을 자른 원뿔의 전개도에서 어떤 도형인지 설명하시오. [10점]

[문제 1-3] 제시문 (다)를 참고하여 철수의 사고과정에서 오류를 찾아내시오. [15점]

2016학년도 논술 모의고사 1회 문제지 (수학)

성명 : ()

제한 시간 : 80분

[논제 2] 아래의 논제에 답하시오.

[논제 2-1] $\overline{AO} = l$, $\overline{AO'} = r$ 일 때, \overline{OB} , $\cos \angle AOB$ 를 구하시오. [10점]

[논제 2-2] $0 < x < \pi$ 일 때, $\cos x < 1 - \frac{2}{\pi^2}x^2$ 임을 보이시오. [20점]

[논제 2-3] A 에서 직선 \overrightarrow{OB} 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. $\overline{OB} < \overline{OH}$ 임을 보이고, 이를 이용하여 $\cos \angle ABO < 0$ 임을 보이시오. [15점]

[논제 2-4] $\overline{AB} = kl$ (단, k 는 상수)일 때, $\angle ABO$ 가 최대가 되는 $\frac{r}{l}$ 이 열린구간 $\left(\frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right)$ 에 적어도 하나 이상 존재함을 보이시오. (단, 필요하다면 $9.5 < \pi^2 < 10$ 임을 이용하시오.) [20점]

2016학년도 논술 모의고사 1회 답안지 (수학)

성명 : ()

제한시간 : 80분

※ 뒷면의 주의사항을 잘 읽고 답안지에 기입하십시오.

수

학

수

학

※ 주의 사항

- 절대로 지정된 칸을 벗어나서 답안을 작성하지 마시오.
- 틀린 곳을 수정할 땐 절대 수정테이프나 수정액을 사용하지 말고, 두 줄을 긋거나 지우개로 깨끗이 지운 후 서술하시오.
- 사용 가능한 필기구는 검은색 볼펜이나 연필, 샤프만 가능하며, 절대 색상이 있는 필기구를 사용해서는 안 되며, 한번 사용한 색상의 필기구로 서술하시오.