2026
수능 기하
태도정리노트

2026
수능 기하
태도정리노트

*들어가기에 앞서

이 태도정리노트는 수능 선택과목 '기하'의 학습을 돕기 위해 제작되었으나 수리논술, 내신과목의 대비 역시 가능하도록 제작되었습니다.

노트에서 다루게 될 내용들은 흔히 '실전개념'이라 불리는 문풀의 관점, 태도, 출제요소와 추가적인 '스킬'까지 포괄하며, 최소한 뉴런 기하 정도의 내용은 전부 포함되었다고 보시면 됩니다.

시발점, 아이디어, 수능개념 등을 통해 기본개념을 익히고 나서, 기출과 N제 학습을 병행하시면서 부가적인 단권화 노트 등으로 사용하시면 가장 좋습니다.
(즉, 기본개념은 포함하지 않으므로, 수리논술 대비 시에는 최소한 교과서 정도는 병행해 주시길 바랍니다.)

그럼 노트에서 뵙겠습니다. 좋은 결과가 있기를 바랍니다.

<Contents>

0. 기하 문제 풀이시 명심할 것들
- 행동원칙
- 문제풀이 태도

1. 이차곡선
- 포물선
- 타원과 쌍곡선

2. 평면벡터
- 평면벡터의 연산
- 벡터 해석
- 평면벡터와 이차곡선

3. 공간도형과 공간좌표
- 공간도형의 이해와 분석
- 공간좌표와 구의 방정식
- (번외) 공간벡터

0. 기하 문제 풀이시 명심할 것들

0.1. 행동원칙

'모르면 PASS' 명심할 것! "아 나 이거 아는데..." 해서 붙잡고 있는게 제일 위험하다. (ex) 221126, 251126)

겉보기만 보고 난이도를 속단하지 말 것. 흉악해보이는 문제가 의외로 쉬울 수 있다. (ex) 241128, 250928)

수능은 점수를 쌓아올리는 시험이다. 풀 수 있는 것부터 다 풀고서 어려운 문제를 고민하자.

'n분 컷'에 너무 집착하지 말자. 시험 운영은 최소한의 틀만 잡아 놓고 알잘딱하게 대처해야한다.

쫄지 마라. 위축되면 풀 수 있는 문제도 틀리게 된다.

수능은 Speed Test가 아니다. 50분컷 88점보다 100분컷 100점이 더 낫다는 점을 명심하자.

자주 하는 실수는 실력이다. 두 번 이상 같은 실수가 반복된다면 따로 정리해놓자.

벡터를 다루는 관점은 다다익선이다. 기출/n제를 풀면서 특이한 관점이 나오면 철저하게 분석해서 내 것으로 만들자.

0.2. 문제풀이 태도

문제가 안 풀린다면 제대로 읽은 게 맞는지부터 생각해 보자. 익숙함에 속아 제멋대로 문제를 읽으면 십중팔구 틀린다.

풀이를 어떻게 시작할지 감이 안 잡힌다면

1. 문제를 문장단위로 끊어읽고
2. 특정 조건에서 떠올려야 할 것을 정리하고
3. 풀이 방향을 대강이나마 파악한 다음 문제를 풀어나가자.
4. 아무것도 떠오르지 않는다면 일단 할 수 있는 것부터 해보자.
   의외로 해야 할 걸 하다 보니 문제가 알아서 풀리는 경우도 종종 있다. (ex) 221126)

"뭔가 이럴 것 같은데?" 싶어서 단정하는 것은 매우 위험하다. 기하적 상황 판단은 항상 논리적 정당화 과정을 거쳐야 한다.

꼭 필요한 게 아니라면 좌표 잡고 계산하는 것은 피하는 게 좋다.

두 개 이상의 동점/변수벡터 등이 제시될 경우 한 개의 변수를 고정시키고 다른 변수의 변화를 파악하여 관찰한다.

복잡한 수학적 표현은 자기만의 언어로 재표현하자.

직각사다리꼴은 직사각형과 직각삼각형으로 끊어서 분석한다.

평면벡터 문제를 풀다가 막히면 그 즉시 다른 관점으로 볼 수 있는지 고려해보자. '빠른 손절은 익절' 임을 명심해야 한다.

수직 표현은 그림에 반드시 표시해 두자.

그림을 무조건 잘 그려야 한다는 부담감을 가질 필요는 없다. 알아볼 수 있게만 그리면 된다.

원 위의 동점과 원 밖의 한 점의 거리의 최대/최소는 원의 중심을 지나는 직선을 통해 판단한다.
단, 원의 모양새가 완전하지 않다면 성립하지 않을 수도 있다.

0.3. 나만의 행동 원칙/태도정리

본 책에는 없지만 학습하면서 스스로 만든 행동 원칙과 태도 정리를 여기에 단권화해주세요.
파이널 학습/슬럼프 극복에 아주 중요한 자산이 될 겁니다.

MEMO

토막 상식: 기하는 매우 드물게 미적분의 만점 표준점수를 역전하곤 합니다. 다만 수능에선 한 번도 역전된 적이 없습니다.

1. 이차곡선

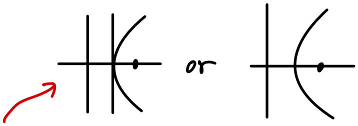
이차곡선은 전반적으로 고등학교 1학년 수학에서 배우는 '직선과 원의 방정식'과 수학 1에서 배우는 '지수/로그함수의 그래프'의 연장선에 있는 단원이며, 출제 형식 역시 앞의 두 단원과 상당히 유사합니다. '직선과 원의 방정식'이 주로 원의 정의와 적절한 좌표 대입을 통해 문제를 해결하도록 하고, 지수/로그함수의 전통적인 출제 방식이 직선과의 교점에서 기하적 상황을 파악하여 계산하도록 한다면, 이차곡선은 이 두 가지를 모두 포괄하는 방향으로 출제하고 있습니다. 직선과의 위치 관계 파악, 단순 기하적 상황 파악, 방정식 간의 연립, 이차곡선 자체의 정의까지 두루 문제풀이에서 이용되며, 세세한 출제 포인트의 방향성은 매 시험마다 미세하게 달라집니다. 2015 개정 교육과정부터는 이차곡선 자체의 계산과 연립을 출제하는 빈도가 이전보다 높아졌으며 (ex) 220629, 221128), '평면벡터' 단원과 연계하여 심층적인 해석을 요구하기도 합니다. (ex) 250630)

다만 이차곡선만의 특징이라면 아무래도 과목 이름이 '기하' 이니만큼, 앞의 두 단원보다 평면기하적 해석을 적극적으로 요구한다는 점입니다. 사인/코사인 법칙과 직각삼각형의 성질은 풀이과정에서 언제 어떻게 튀어나올지 모르므로, 부단한 노력을 통해 감각을 최대한 끌어올려주시길 바랍니다.

나머지 단원에 비해서는 상대적으로 무게감이 적고 빠르게 숙달이 가능하지만, 나머지 단원보다 공부량 자체가 적어 감을 잃어버리면 파이널 기간에 발목이 잡히기 쉽습니다. 꾸준하게 감각을 유지하는 것이 중요하므로 기출, EBS, N제 등을 꾸준히 공부하면서 감을 잃지 않도록 노력해주시길 바랍니다. (그나마 2, 3단원에 비해 기출문제의 양이 많다는 점은 장점 아닌 장점이라고 할 수 있겠습니다.)

(일반적으로 1단원은 크게 '이차곡선의 방정식'과 '이차곡선과 직선의 관계'로 나누지만, 본 노트에서는 학습의 용이성을 고려하여 '포물선', '타원과 쌍곡선'으로 분류합니다.)

1.1. 포물선



\# 포물선의 필수작도요소: 축, 준선, 초점

(필수작도요소는 그림이 아무리 난잡해지더라도 문제를 풀려면 무조건 그려야 하는 것을 정리해놓은 것입니다.)

\# 포물선의 방정식은 항상 $y^2=4px$ 또는 $x^2=4py$ 꼴로 정리한다.

\# 포물선 위 점의 좌표: 1) 거리 정보 2) 좌표 대입 후 계산

\# 꼭짓점이 원점이 아닌 포물선의 접선은 꼭짓점을 원점으로 옮겨서 계산하고 나중에 원래 자리로 옮겨서 판단한다.

\# 포물선을 대하는 두 가지 관점:

1) 기하적 관점: 정의 활용, 문제에서 주어진 논증기하적 상황 관찰

2) 대수적 관점: 좌표 대입, 방정식 연립

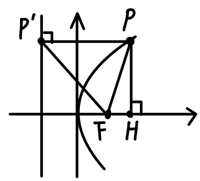
\# 포물선 위의 점은 항상 초점과 연결하고 준선과 축에 수선의 발을 내린 다음 관찰한다. 이때 고려해볼 대상은 다음과 같다.

1) 밑변의 길이: |점 P의 x좌표 − 점 F의 x좌표|

2) 빗변의 길이: 포물선의 정의 활용

3) 높이의 길이: 피타고라스의 정리 or |점 P의 y좌표|

4) 삼각형 PP'F는 PP'=PF인 이등변삼각형이고 P'F의 중점은 y축 위에 놓여있다.



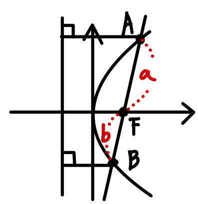
\# 포물선의 초점을 지나는 직선은 교점에서 준선과 축에 수선의 발을 내린 다음 관찰한다. 이때 고려해볼 대상은 다음과 같다.

1) 초점을 기준으로 끊어서 각각의 선분에 정의를 활용한다.

2) $1/p=1/a+1/b$

3) 점 A와 점 B의 x좌표를 각각 x_1, x_2라고 할 때

x_1, p, x_2는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.



\# 포물선의 접선의 성질은 자주 활용되므로 외워두고 사용하는 것이 좋다.

1) −(점 A의 x좌표)=점 B의 x좌표

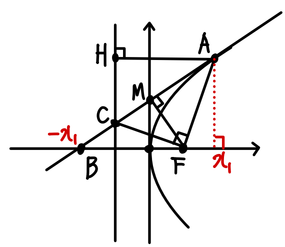
2) AB와 FM은 서로 수직이고 삼각형 ABF는 FA=FB인 이등변삼각형이다.

3) 삼각형 ACF와 삼각형 ACH는 합동이다.

4) 2 x (점 M의 y좌표)=(점 A의 y좌표)

5) 준선 위의 한 점에서 포물선에 그은 두 접선은 서로 직교한다.

(ex) 2023학년도 경찰대 13번)



연립을 해볼 만한 경우

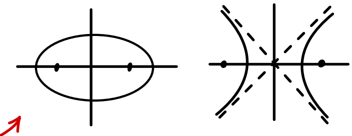
1) 포물선 - 포물선/직선/원 의 연립 결과가 x 또는 y 단일 문자의 이차방정식으로 정리되는 경우

(ex) 220629)

연립을 가급적 하면 안 되는 경우

1) 서로 중심이 다른 포물선 - 포물선/타원/쌍곡선/원의 연립

2) 연립 결과가 x 또는 y 단일 문자의 일차/이차방정식으로 정리되지 않는 경우



1.2. 타원과 쌍곡선

타원/쌍곡선의 필수작도요소: 축, 초점

쌍곡선의 필수작도요소: 축, 초점, 점근선 (점근선은 익숙해지면 안 그려도 됩니다.)

타원/쌍곡선 위 점의 좌표: 1) 거리 정보 2) 좌표 대입 후 계산

x좌표가 무한대로 발산하는 쌍곡선 위의 한 점과 임의의 정점이 이루는 직선의 기울기는 쌍곡선의 점근선의 기울기와 같다.

쌍곡선의 접선의 기울기의 절댓값은 점근선의 기울기의 절댓값보다 항상 크다.

교과서에 있지 않은 타원/쌍곡선의 접선의 성질은 별다른 필요가 없으므로 따로 암기하지 않아도 된다.

타원과 쌍곡선을 대하는 두 가지 관점:

1) 기하적 관점: 정의 활용, 대칭성 관찰, 문제에서 주어진 논증기하적 상황 관찰

2) 대수적 관점, 좌표 대입, 방정식 연립

쌍곡선과 교점을 1개만 가지는 직선은 둘 중 하나이다.

1) 점근선과 평행한 직선

2) 점근선의 기울기의 절댓값보다 기울기의 절댓값이 큰 접선

타원/쌍곡선의 초점을 지나는 직선은 두 교점을 다른 초점과 연결해 관찰한다. 이때 고려해볼 대상은 다음과 같다.

1) 초점을 기준으로 직선을 끊어서 각각의 성분에 정의를 활용한다.

2) 초점을 지나는 직선, 축, 교점과 다른 초점을 연결한 선분으로 이루어진 삼각형을 관찰한다.

타원/쌍곡선 위의 점은 두 초점에 연결해 삼각형을 작도하여 관찰한다. 이때 고려해볼 대상은 다음과 같다.

1) 타원/쌍곡선의 중심은 삼각형의 다른 변의 중점과 연결하여 중점연결정리를 사용할 수 있다.

2) 타원/쌍곡선의 중심이 삼각형의 세 꼭짓점으로부터 떨어진 거리가 같다면 이 삼각형은 직각삼각형이다.

(ex) 2022년 4월 28번)

3) 모르는 길이를 적당히 미지수로 설정하여 정의를 활용할 수 있다.

4) 타원/쌍곡선 위의 점의 좌표를 대입하여 계산할 수 있다.

연립을 해볼 만한 경우

1) 타원/쌍곡선 - 타원/쌍곡선/직선/원의 연립 결과가 x 또는 y 단일 문자의 일차/이차방정식으로 정리되는 경우

연립을 가급적 하면 안 되는 경우

1) 서로 중심이 다른 타원/쌍곡선 - 포물선/타원/쌍곡선/원의 연립

2) 연립 결과가 x 또는 y 단일 문자의 일차/이차방정식으로 정리되지 않는 경우

MEMO

토막 상식: 2025학년도 수능의 선택과목별 만점 표준점수는 미적분 140점, 확률과 통계 135점, 기하 139점 입니다.

2. 평면벡터

평면벡터는 2015 개정 교육과정으로 들어오면서 그 전에 비해 비중이 매우 높아진 단원입니다. 2009 개정 교육과정 까지만 하더라도 가형 29번에는 '공간벡터와 공간도형의 방정식' 이라는 주제가 킬러문항으로 출제되어 수많은 이과생들을 공포에 떨게 만들었으나, 2015 개정 교육과정에서는 공간벡터 단원 자체가 삭제되면서 평면벡터와 공간도형의 비중이 상당히 높아졌습니다. 이 때문에 평면벡터는 기출 문제의 양 자체가 수능 수학 전체를 통틀어서 가장 적은 단원 중 하나이며, 그만큼 출제되지 않은 요소도 차고 넘칩니다. (이는 공간도형 역시 마찬가지입니다.) 이를 대비하기 위해선 교육청과 사설 문제를 포함해 다양한 문제들을 경험하면서 폭넓은 시야를 가질 필요가 있습니다. 학습할 거리가 있는 유의미한 기출문제의 양 자체가 턱없이 부족하니까요.

평면벡터의 출제 포인트는 '벡터방정식의 해석과 이해' 로 정리할 수 있습니다. 조건에서 제시된 벡터의 상황과 성질을 대수적/기하적으로 분석하여 그림을 그리고, 이를 통해 답을 구해내도록 문제를 출제하죠. 이를 위해서는 벡터의 정의와 연산, 벡터방정식의 활용 모두를 능수능란하게 다룰 줄 알아야 하기에 상당한 숙련도가 요구되며, 실제로 최근 몇 년간의 수능/모평에서 기하 시험지의 킬러 문항은 대부분 평면벡터에서 출제되었습니다. (ex) 230630, 250628, 250930, 251130) 그런만큼 다양한 관점으로 문제 상황을 해석하고 풀이하는 경험과, 어느 정도의 계산량과 복잡도에도 버티는 경험을 쌓으시길 바랍니다.

(사족이지만, 원래 기하 과목의 최종 목표는 공간벡터를 통한 벡터방정식의 작성을 배우고 이를 미적분과 접목시키는 것이었습니다. 그렇기에 과거 교육과정에서는 기하와 벡터 문제임에도 미적분에서 쓰이는 덧셈정리 등이 사용되었으며, 단원 전체의 구성이 공간벡터를 중심으로 완결되도록 구성되었습니다. 그런데 2015 개정 교육과정에서는 공간벡터가 삭제되고 미적분과의 연관성이 삭제되면서 목표가 변질되어버렸고, 이 때문에 기하 과목 자체의 완결성이 다소 부족해지게 되었습니다. 3단원을 배우다 보면 뜬금없이 '공간좌표와 구의 방정식'이 아주 잠깐 나오고 사라지는데, 원래는 이 다음에 공간벡터를 배우고 구/평면/직선의 벡터방정식을 최종적으로 학습하도록 단원이 구성되었기에 그렇습니다. 일종의 흔적기관(?) 같은 셈이죠.)

2.1. 평면벡터의 연산

평면벡터의 핵심은 평면도형 해석과 좌표 활용의 균형을 맞추는 것이다.

|벡터|는 선분의 길이, 상수로 취급한다. 복잡한 외관에 정신이 팔려 잊어먹지 말자. (ex) 250630)

벡터의 성분은 원점 O (0,0)로부터 x, y축 방향으로 얼마만큼 평행이동했는지를 나타내는 것이다.

위치벡터를 통해 선분의 내/외분점의 관계를 파악할 때 시점 통일에 집착할 필요는 없다.
시점은 시점대로, 종점은 종점대로 같은 비율로 내/외분되기 때문이다.

두 개 이상의 벡터의 일차결합이 분리해서 보기도 애매하고 작도하기도 곤란하다면
내/외분점, 중점, 무게중심 등을 경유하여 단일화할 수도 있다.

일차결합은 넓은 범위에서 하나의 '좌표계' 로서 이해하고 활용할 수 있다.
(이를 '사교좌표계' 라고 부르기도 하며, 수능 문제풀이에는 그다지 도움이 되지 않기 때문에 본 노트에선 서술하지 않습니다.)

시점이 동점인 벡터를 일차결합할 때는 시점을 하나로 모아서 작도로 재표현한다.

일차결합을 바라보는 네 가지 관점:

1) 직접 작도/역벡터의 활용(덧셈을 뺄셈으로 바꿔 시점과 종점으로만 판단하기)
2) 계수의 합을 1로 맞춰 위치벡터 활용하기 -> 벡터의 단일화
3) 성분화 -> 수직의 틀이 보일 때 적당한 점을 원점으로 잡아 사용한다.
4) 제곱 -> 벡터의 크기, 내적 정보 활용하기

벡터의 내적은 벡터의 '곱셈' 처럼 생각하면 편하다.

내적을 바라보는 네 가지 관점:

1) 내적의 정의 사용 (두 벡터의 크기, 끼인각 정보 활용) -> 끼인각의 cos값을 우회적으로 구할 수 있다.
2) 정사영의 길이곱 -> 수직의 틀이 비교적 명확할 때 사용시 유리하다.
3) 성분화 -> 수직의 틀이 비교적 명확할 때 적당한 점을 원점으로 잡아 사용한다.
4) 내적을 포함하는 일차결합을 작성, 제곱하여 우회적으로 내적값/길이정보 등을 판단할 수 있다.

2.2. 벡터 해석

문제에서 제시된 벡터 조건식을 보면 고려해볼 대상은 다음과 같다.

1) 우선 기하적으로 해석 가능한지 파악해보자.
2) 기하적 해석이 쉽지 않다면 적당하게 변형하여 파악해보자.
3) 성분화/벡터 분해등의 조작을 거쳐 계산해보자.

문제에서 벡터의 내적값이 제시되었을 때 다음과 같이 해석할 수 있다.

1) 한 벡터의 길이와 다른 벡터를 정사영시킨 길이의 정보
2) 두 벡터의 길이와 끼인각의 정보

벡터의 내적값이 0이라는 조건은 다음과 같은 의미를 가진다.

1) 두 벡터는 서로 직교한다.
2) 성분화 또는 벡터 분해를 통해 추가적인 조건식을 유도해낸다.

벡터의 일차결합/내적에 대한 해석이 복잡할 경우 벡터를 분해하여 관찰할 수 있다. 이때 고려해볼 대상은 다음과 같다.

1) 원의 중심 경유하기
2) 선분의 중점 경유하기
3) n등분점 경유하기
4) 변수와 상수 분리하기

각을 구하는 두 가지 방법

1) 평면기하적 해석으로 직접 구하기
2) 벡터의 내적을 통해 간접적으로 구하기

-> 벡터 * 벡터: 끼인각의 cos값

-> 법선벡터 * 벡터: 끼인각의 sin값

-> 법선벡터 * 법선벡터: 끼인각의 cos값

자주 등장하는 벡터방정식의 의미 해석

(집 가서 따로 정리할 것)

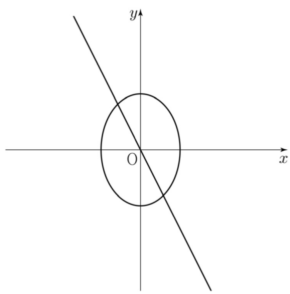
2.3. 평면벡터와 이차곡선

해당 주제는 2024학년도 6월 모의평가에 처음 출제되었으며, 2024년까지 평가원 모의평가에서 총 두 번 출제되었습니다. 아직까지 한 번도 수능에 출제된 적은 없지만, 소재의 응용 가능성이 무궁무진한 만큼 충분히 발전된 형태로 재차 출제될 수 있습니다. 별도로 학습해둘 가치는 충분하기에 따로 각 문제들의 손필기를 수록하였으니 학습에 용이하게 활용해주시길 바랍니다.

30. 직선 $2x+y=0$ 위를 움직이는 점 P와 타원 $2x^2+y^2=3$ 위를 움직이는 점 Q에 대하여

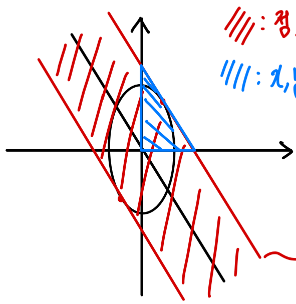
$$\overrightarrow{\mathrm{OX}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$$

를 만족시키고, x좌표와 y좌표가 모두 0 이상인 모든 점 X가 나타내는 영역의 넓이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



\# 240630
comment: 역대 기하 30번 중 '압도적으로' 가장 쉬움.
문제만 제대로 읽으면 딱 3초컷.

풀이)



///: 점 X가 나타내는 영역

///: x,y좌표가 0 이상인 점 X의 영역

경계: $y=-2x\pm\sqrt{\cancel{4}\times\frac{9}{\cancel{4}}+9}$
$=-2x\pm3\sqrt{2}$

$\therefore \frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{9}{2}$, 11

30. 두 초점이 F(5, 0), F′(−5, 0)이고, 주축의 길이가 6인 쌍곡선이 있다. 쌍곡선 위의 $\overline{\mathrm{PF}} < \overline{\mathrm{PF'}}$ 인 점 P에 대하여 점 Q가

$$(|\overrightarrow{\mathrm{FP}}|+1)\overrightarrow{\mathrm{F'Q}} = 5\overrightarrow{\mathrm{QP}}$$

를 만족시킨다. 점 A(−9, −3)에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{AQ}}|$의 최댓값을 구하시오. [4점]

\# 250630
comment: 그림을 직접 그려야 해서 체감 난이도가 더 높아졌다.
사실 더 어렵게 출제할 수도 있었지만 평가원이 봐준 느낌...

풀이)

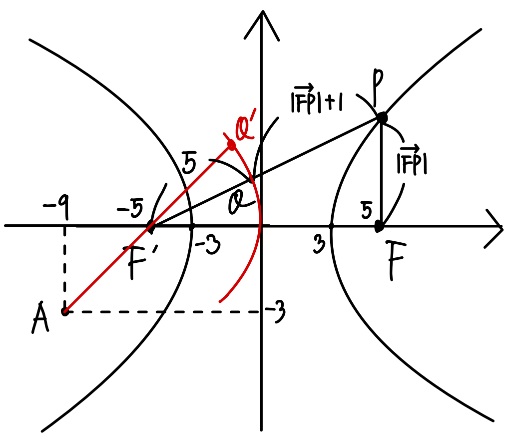
30. 두 초점이 F(5, 0), F′(−5, 0)이고, 주축의 길이가 6인 쌍곡선이 있다. 쌍곡선 위의 $\overline{\mathrm{PF}} < \overline{\mathrm{PF'}}$ 인 점 P에 대하여 점 Q가

$$(|\overrightarrow{\mathrm{FP}}|+1)\overrightarrow{\mathrm{F'Q}} = 5\overrightarrow{\mathrm{QP}}$$

를 만족시킨다. 점 A(−9, −3)에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{AQ}}|$의 최댓값을 구하시오. [4점]

1) 두 벡터는 평행하므로 F′, Q, P는 일직선상에 존재함.
2) 계수합이 FP+6이므로 쌍곡선의 정의 사용

=> 점 Q는 중심이 F′이고 반지름이 5인 원의 일부분
(자취의 경계점은 직선 F′Q가 쌍곡선과 점 P에서 접할 때 점 Q의 위치이다.)



점 Q의 자취가 직선 AF′과 만나므로
AQ의 최댓값은 AF′과 QF′의 합과 같다.

∴ 5+5=10

\# 원의 중심논리의 예외적 상황
본 노트의 0.2를 펼쳐 보면 맨 아래쪽에 이런 문구가 적혀 있을 겁니다.

"원 위의 동점과 원 밖의 한 점의 거리의 최대/최소는
원의 중심을 지나는 직선을 통해 판단한다.
단, 원의 모양새가 완전하지 않다면 성립하지 않을 수도 있다."

이 문제가 바로 그 예외적 상황입니다. 점 Q의 자취가 완전한 원을 그리지 않는 상태에서 최대/최소를 물어보기 때문입니다.
만일 이 문제에서 점 Q의 자취가 직선 AF′과 만나지 않았다면 어땠을까요?
그때는 그림을 그려놓고 될거같은 상황들을 일일이 체크해보면서 확인하는 수 밖에 없습니다.
다행히도 평가원에서는 그 정도까지 악랄하게 출제하지는 않았습니다. (풀어보시면 알겠지만, 2506의 기하 시험지는 이미 충분히 어렵습니다...)
그래도 한 번 나온 기출의 아이디어는 언제 다시 발전되어 출제될지 모르는 법이니 염두에 두고 학습해주시길 바랍니다.

MEMO

3. 공간도형과 공간좌표

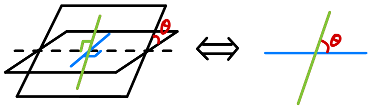
공간도형과 공간좌표 단원은 교육과정이 개정되면서 기하 과목 전체에서 가장 커다란 변화를 겪었습니다. 2009 개정 교육과정에는 앞서 말했듯이 '기하와 벡터' 과목의 최종 목표로서 '공간벡터'와 '공간도형의 방정식' 이라는 무시무시한(!) 단원이 있었고, 공간도형과 공간좌표의 개념은 추후에 이어질 공간벡터의 이해를 위한 준비 단계에 지나지 않았습니다. 하지만 아쉽게도(?) 2015 개정 교육과정에 들어오면서 공간벡터에 관한 내용 전체가 삭제되었기 때문에, 얼떨결에 중요도가 다소 적었던 공간도형이 단원 전체의 핵심 내용으로 급부상하게 되었습니다. 여기에 더해 이 단원이 전통적으로 9월 모평, 수능에만 출제된 과목이다보니 공간도형과 공간좌표만을 이용해 출제한 기출문제의 양은 평면벡터에 비견될 만큼 적은 편입니다.

출제 포인트 역시 과거 기출과는 많이 달라졌습니다. 예나 지금이나 '공간 상의 도형에 대한 기하적 해석' 이라는 큰 목표는 변함이 없지만, 2009 개정 교육과정에서는 논증기하적 해석을 강조하기보다는 공간벡터와 방정식을 활용한 계산이 더 강조되었던 반면 2015 개정 교육과정에서는 공간벡터와 방정식을 이용할 만한 여지를 남기지 않기 위해 논증기하적 해석을 보다 강조하여 출제하고 있습니다. 공간좌표와 구의 방정식 역시 직접적인 계산보다는 도형의 상황을 나타내주는 보조도구로서 활용되는 추세입니다. 이 때문에 현재 수능 수학 전체에서 '공간도형과 공간좌표' 단원은 사설과 평가원 기출의 괴리가 가장 큰 단원이라고 할 수 있습니다. 대다수의 사설 업체들은 2022년 이후로 선택과목 기하의 문제 제작을 그만두었고, 실모에는 과거에 만들어두었던 문제들을 대강 짜집기해서 출제하느라 해당 문제들의 출제의도 자체가 공간좌표와 공간벡터의 활용으로 맞춰져 있기 때문입니다. 이런 문제들은 삼수선의 정리와 평면기하만을 활용할 경우 거의 풀 수 없거나 난이도가 매우 높아지기 때문에 평가원에서는 200% 확률로 출제되지 않습니다. (필자 역시 수많은 사설 실모를 풀면서 공간도형 문제를 손도 못 댄 적이 많았으나 9월 모평과 수능에서 공간도형을 맞추는 것에는 아무런 지장이 없었습니다.)

주로 출제되는 유형은 '정사영'으로 이면각과 도형적 상황 판단 모두를 물어볼 수 있어 평가원에서 꾸준히 출제해왔으나, 2023년에 벌어진 킬러 문항 사태 당시 해당 유형을 '벡터의 외적' 개념을 사용하여 풀이할 수 있다는 점이 지적된 이후 2025학년도 수능까지 평가원 시험지에서 정사영은 킬러 문제로 출제되지 않았습니다. (실제로 그 이후로 출제된 모든 모평/수능의 30번은 평면벡터가 차지하고 있습니다.) 대신 구의 방정식과 구 밖의 한 점에서의 접선 (250928), 이차곡선과의 연계 (241128) 등, 그동안 자주 내지 않았던 다양한 유형을 출제하고 있습니다. (후자의 경우 2010년대 초반에 수능에 출제된 이후 약 10여년동안 재출제되지 않았습니다.) 그런 만큼 '무조건 정사영은 안 나오겠지' 같은 편견은 갖지 마시되, 교육청/사관학교/경찰대 기출과 EBS, N제 등을 풀면서 보다 다양한 유형을 경험하시고 안목을 넓히는 것을 추천드립니다.

결국 이 단원의 핵심은 평면과 평면, 평면과 직선 간의 관계를 '직선과 직선 간의 관계'로 치환하는 것임을 잊지 마시길 바랍니다.

(상술했듯이 원래 공간벡터와 외적의 개념은 교과외 내용이지만, 본 노트에서는 사설문제 풀이의 유용성 + 과목 자체에 대한 깊은 이해를 돕기 위해 공간벡터의 개념을 간략하게 소개해 드릴 예정입니다. '이걸 꼭 써먹어야겠다' 라는 부담감을 가질 필요 없이 '아 이런 것도 있구나' 하는 생각으로 가볍게 읽고 지나가시면 됩니다.)

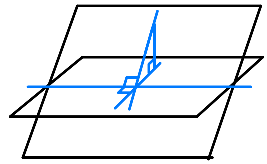


3.1. 공간도형의 이해와 분석

\# 이면각=교선에 수직인 두 평면 상의 직선이 이루는 각

Q. 왜 굳이 교선에 수직인 직선이어야 함?

A. 교선을 바라보는 방향으로 단면화했을 때 두 평면이 교선에 수직인 두 개의 직선으로 나타나므로 각의 정의를 사용할 수 있기 때문입니다.



\# 삼수선의 정리는 두 평면 사이에 수직으로 끼인 평면을 찾는 방법이다.

\# 삼수선의 정리는 이미지 자체를 암기하고 사용하는 것이 중요하다.

\# 정사면체와 정팔면체의 성질은 자주 활용되므로 외워두고 사용하는 것이 좋다.

\# 정사영을 대하는 두 가지 관점:

1) 원상과 이면각을 구하기 (기본적인 접근)

2) 직접 구하기 (원상 또는 이면각을 구하기 어려울 때)

\# 단면화와 겨냥은 가급적 두 평면의 교선에 평행한 방향으로 한다. 핵심은 두 평면 사이의 관계를 한 평면에 나타내는 것이다.

\# 각의 보존/비보존상황을 헷갈리지 말자.

3.2. 공간좌표와 구의 방정식

공간좌표가 문제에서 제시되면 우선 x, y, z축을 그리고 그에 맞춰서 그림을 그린다.

구의 방정식을 대하는 두 가지 관점:

1) 구 1개 등장 : 공간좌표 기반 풀이 (계산 위주로 파악)

2) 구 2개 이상 등장 : 공간도형 기반 풀이 (상대적 위치관계로 파악)

구의 방정식은 문제에서 제시된 평면/직선과의 교점 정보를 위주로 표시하며 파악한다.

구의 방정식은 가급적 겉모습을 먼저 그리지 않도록 한다. 꼭 필요한 경우가 아니라면 시각적 거부감만 더해진다.

구의 단면/접점 등의 정보가 두 개 주어지면 구의 방정식을 결정할 수 있다.

이때 각 단면의 중심에서 수직으로 뻗어나가는 두 직선간의 교점이 구의 중심이다.

좌표공간상에서 구와 임의의 평면이 만났을 때 생기는 단면 위의 점들은 좌표화하여 다룰 수 있다.

이때 임의의 평면의 방정식과 구의 방정식을 연립하는 행동은 절대로 해서는 안 되며 오로지 기하적으로만 판단해야 한다.

MEMO

토막 상식: 2025학년도 수능 기준 기하 선택자는 약 1만 3천여명으로 이는 수능 수학 미선택자 수의 약 3분의 1입니다.

3.3. (번외) 공간벡터

앞서 말씀드렸듯 공간벡터의 개념은 2009 개정 교육과정에서 2015 개정 교육과정으로 넘어오면서 사라졌습니다.
(황당한 것은 다음 교육과정인 2022 개정 교육과정에서는 다시 추가된다는 점입니다. 어차피 수능에서는 안 나올 테니 여러분들한테는 별 상관없는 이야기지만요.)
하지만 일부 공간도형 기출문제에서는 분명하게 공간벡터와 외적의 개념을 사용하는 것이 도움된 적이 있고, 벡터 자체에 대한 개념적 이해에도 도움이 될 수 있으므로 개념에 대한 설명, 외적의 개념과 사용 방법 등을 아주 간단하게만 짚고 넘어갈 겁니다.
그러니 여러분들은 '이놈이 또 지만 아는거 가지고 혼자 신났네(...)' 라 생각하시고, 칼럼 읽는다는 느낌으로 넘어가시면 됩니다.

(다시 말씀드립니다만 이 파트는 명백한 '교과 외 내용'이며 현재의 수능에서 공간벡터가 유리한 방향으로 문제가 출제될 확률은 0%에 가깝습니다. 절대로 과몰입하지 마시길 부탁드립니다.)

공간벡터

외적과 법선벡터