



		2/5

[문제 2-1]

i) $a=1$ 일 때,

$$X = \{2, 2, 4, 8, 16\} = \{2^1, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4\} \text{이다.}$$

$$\log_2 x + \log_2 y + \log_2 z + \log_2 w = 8 \text{ 이므로}$$

x, y, z, w 의 2의 승의 합이 8이어야 한다.

이에 해당하는 숫자는 $(1, 1, 2, 4), (1, 1, 3, 3), (1, 2, 2, 3), (2, 2, 2, 2)$ 이다.

(x, y, z, w) 는 순서쌍이므로 순서쌍의 개수는 $12 + 6 + 12 + 1 = 31$ 개이다.

ii) $a=5$ 일 때,

$$X = \{2, 4, 8, 16, 32\} = \{2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5\} \text{이다.}$$

또한 x, y, z, w 의 2의 승의 합이 8이어야 한다
위와 동일하게.

$(1, 1, 1, 5), (1, 1, 2, 4), (1, 1, 3, 3), (1, 2, 2, 3), (2, 2, 2, 2)$ 가 이에
해당한다.

따라서 순서쌍의 개수는 $4 + 12 + 6 + 12 + 1 = 35$ 개이다.



		3/5

[문제 2-2]

i) $a=1$ 일때,

$2^a=2$ 이므로 집합 $X = \{2, 4, 8, 16\}$ 이다.

$f(2) < f(4) < f(8)$ 에 해당하는 치역을 선택하는 경우의 수: $4C_3$

$f(16)$ 이 치역 3개 중 하나를 택하는 경우의 수: 3

따라서 제시문 <가>를 만족시키는 함수의 개수는 $4C_3 \times 3 = 12$ 이다.

ii) $a=5$ 일때

집합 $X = \{2, 4, 6, 8, 16, 32\}$ 이다.

$f(2) < f(4) < f(8)$ 에 해당하는 치역을 선택하는 경우의 수: $5C_3$

$f(16)$ 과 $f(32)$ 가 치역 3개 중 하나씩 선택하는 경우의 수: $3A_2$

따라서 제시문 <가>를 만족시키는 함수의 개수는 $5C_3 \times 3A_2 = 90$ 이다.



		4/5

[문제 2-3]

$b=1$ 이므로 $Y = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 이다.

$g(-2) \times g(-1) \times g(0) \times g(1) \times g(2) = 4$ 를 만족시키는 숫자는

$(1, 1, 1, 2, 2), (-1, -1, 1, 2, 2), (1, 1, 1, -2, -2), (-1, -1, 1, -2, -2), (-1, 1, 1, 2, -2), (-1, -1, -1, 2, -2)$ 이다.

공의역이 차역을 선택하는 경우의 수는 각각 10, 30, 10, 30, 60, 20 개이다.

함수 $g: Y \rightarrow Y$ 의 경우의 수는 $5! = 5^5$ 이므로

$g(-2) \times g(-1) \times g(0) \times g(1) \times g(2) = 4$ 를 만족시키는 확률은

$$\frac{10+30+10+30+60+20}{5^5} = \frac{160}{5^5} = \frac{32}{5^4} \text{이다.}$$



[문제 2-4]

$$Y = \{-2, -1, 0, 1, 2, 5\}$$

$g: Y \rightarrow Y$ 전체 경우의 수 6^6

$g(-2) \times g(-1) \times g(0) \times g(1) \times g(2) \times g(5) = -20$ 을 만족시키는 경우는

① $(5, 2, 2, -1, -1, -1) \rightarrow \frac{6!}{2!3!} = \frac{6 \cdot 1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = 60$

② $(5, 2, 2, -1, 1, 1) \rightarrow \frac{6!}{2!2!} = \frac{120 \times 6}{2} = 180$

③ $(5, 2, -2, 1, 1, 1) \rightarrow \frac{6!}{3!} = 120$

④ $(5, 2, -2, -1, -1, 1) \rightarrow \frac{6!}{2!} = 360$

⑤ $(5, -2, -2, -1, 1, 1) \rightarrow \frac{6!}{2!2!} = 180$

⑥ $(5, -2, -2, -1, -1, -1) \rightarrow \frac{6!}{3!2!} = 60$

$$\therefore \frac{960}{6^6} = \frac{2^5 \times 3 \times 5}{2^6 \times 3^6} = \frac{5}{3^5} = \frac{5}{243}$$